Научно-популярный
физико-математический журнал
"Квант"
(издается с января 1970 года)



*Адельсон--Вельский Г., Бернштейн И., Гервер М. ,* **Кто поедет в Рио?**

# Кто поедет в Рио?

Г.АДЕЛЬСОН-ВЕЛЬСКИЙ, И.БЕРНШТЕЙН, М.ГЕРВЕР

ЗАДАЧА, о которой идет речь в этой статье, вовсе не носит специфически шахматного — да и вообще спортивного — характера. Ее можно было бы, например, сформулировать так: из $n$ попарно не равных по весу камней отобрать и расположить в порядке убывания $k$ самых тяжелых, пользуясь лишь двухчашечными весами без гирь, с помощью минимального числа взвешиваний. А вот формулировка, имеющая совершенно реальный математический смысл: составить программу для вычислительной машины, которая за минимальное число сравнений отбирала бы из $n$ попарно неравных чисел $k$ самых больших и располагала бы их в порядке убывания[1].

Оговорка о попарном неравенстве чисел (или камней) автоматически обеспечивает выполнение условия: если $a>b$ и $b>c$, то $a>c$. Не нужно быть опытным болельщиком, чтобы понять, что в спорте на самом деле ничего подобного нет и что, скажем, проигрыш Фишера Петросяну на турнире претендентов в Кюрасао и выигрыш Спасского в решающей партии матча на первенство мира с Петросяном отнюдь не предрешают исхода матча Спасский — Фишер.

Отметим, впрочем, что олимпийская система (проигравший выбывает) основана именно на допущениях, сформулированных в начале статьи. Кстати, «обычная» олимпийская схема, по которой проигравший в финале сразу объявляется вторым призером (а победитель встречи проигравших полуфиналистов — третьим), есть лишь ухудшенный вариант «Правил ВОМИ»!

Задача, о которой рассказывают авторы, как уже говорилось, носит вполне серьезный характер. (Между прочим, ее решение, при всей его видимой «элементарности», удалось получить лишь совсем недавно, что, безусловно, представляет особый интерес для нашего журнала.) Излагать же ее показалось авторам приятнее и веселее на «шахматном» языке...

## Глава I. Правила ВОМИ

Свершилось! Шахматисты города Васюки, наконец, допущены на Всемирную Олимпиаду в Рио-де-Жанейро. Выяснилось это, как обычно, в последний момент, и теперь нужно в считанные дни провести отборочный турнир и выбрать из 128 шахматистов-любителей трех сильнейших. Двое из них (чемпион и второй призер) будут играть за команду Васюков на первой и второй доске; третий призер поедет в Рио в качестве запасного участника.

Долго не утихали жестокие споры — как получше организовать турнир, и когда времени почти совсем не осталось, приняли, наконец, следующие предложения:

1. Отборочные игры проводить последовательно, одну за другой[2]. Участников каждой партии назначать в зависимости от результатов предыдущих игр.
2. Ничьи отменить (в случае ничейного исхода победителя определять по жребию).
3. Если $A$ выиграет у $B$, считать, что $A$ сильнее $B$.
4. Если $A$ сильнее $B$, а $B$ сильнее $C$, считать, что $A$ сильнее $C$.
5. Если уже установлено, кто из двух шахматистов сильнее, партию между ними не проводить.
6. Поручить ВОМИ[3] срочно разработать точные правила для определения 1-го, 2-го и 3-го призеров за минимальное число партий.

Вот какие правила были составлены ВОМИ.

### § 1. Определение чемпиона

Игры проводятся по олимпийской системе. На 1-м этапе все 128 участников разбиваются на 64 пары, в каждой паре определяется победитель (64 партии). На 2-м этапе 64 победителя 1-го этапа разбиваются на 32 пары, в каждой из них определяется победитель (еще 32 партии) и т.д.: на 3-м этапе проводится 16 партий, на 4-м — восемь, на 5-м — четыре, на 6-м — две, на 7-м — одна. Всего — 127 партий.

Победителю финальной партии присваивается титул «чемпион» и предоставляется право играть на первой доске.

### § 2. Определение второго призера

Ясно, что на это место вправе претендовать лишь те шахматисты, которые проиграли только чемпиону. Их семеро. Присвоим им номера от 1 до 7 (№ 1 проиграл чемпиону на 1-м этапе, № 2 — на 2-м, и т.д.).

Определение второго призера проводится так: № 1 играет с № 2, выигравший играет с № 3, выигравший эту партию — с № 4 и т.д. (всего 6 партий).

Победитель последней партии объявляется «вторым призером» и играет за команду на второй доске.

### § 3. Определение запасного участника (третьего призера)

На это место претендуют шахматисты, не проигравшие никому, кроме чемпиона и второго призера. Второму призеру они непременно проиграли[4].

Второй призер выиграл не больше семи партий. Действительно, пусть вторым призером стал № $i$ ($i$ — одно из чисел от 1 до 7, см. § 2). Тогда при игре по олимпийской системе (см. § 1) он выиграл $i-1$ партию (на 1-м, 2-м, ... $(i-1)$-м этапах). Затем (см. § 2) он победил максимум одного шахматиста с номером, меньшим чем $i$,[5] $(7-i)$ шахматистов с номерами, большими чем $i$, т.е. сыграл еще $(8-i)$ или $(7-i)$ партий. Складывая это число с $(i-1)$, получим, что всего второй призер выиграл 7 или 6 партий.

Таким образом, на место третьего призера претендуют не более семи шахматистов, сильнейшего из них можно определить за 6 партий. Этот шахматист и будет запасным участником команды.

### § 4. Выводы

Для того чтобы найти среди 128 шахматистов чемпиона и второго и третьего призеров, достаточно провести

$$127+6+6=139$$

партий.

*Эта статья была опубликована в «Кванте» № 8 за 1972 год.*

[1] *В статье разбирается лишь случай $k=3$ (об общем случае говорится в задаче №3).*

[2] *После знаменитого сеанса гроссмейстера О.Бендера при словах «одновременная игра» Васюкинские любители впадают в мрачное оцепенение.*

[3] *Васюкинскому отделению Математического института.*

[4] *Иначе они оставались бы кандидатами на вторую доску.*

[5] *Если $i=1$, то таких шахматистов, разумеется, нет; если же $i>1$, то такие шахматисты имеются, и №$i$ выиграл у сильнейшего из них.*

## Глава II. Нельзя ли короче?

Хороши ли правила ВОМИ? Нельзя ли определить 1-го, 2-го и 3-го призеров за меньшее число партий?

### *§ 1. Мнение руководства, случай и Рок*

Пусть еще до соревнований у руководства Клуба Четырех Коней сложилось мнение, что сильнейший шахматист — $A$, второй по силе — $B$ и третий — $C$. И пусть цель соревнований — проверить, что это действительно так.

Меньше чем за 127 партий такую проверку осуществить нельзя, так как все шахматисты, кроме чемпиона, должны проиграть хотя бы по одной партии. А за 127 партий — можно: 125 «аутсайдеров» (все, кроме $A$, $B$ и $C$) играют 124 партии «на вылет» (после каждой партии проигравший выбывает), затем победитель играет с $C$ и проигрывает[6], $C$ проигрывает[6] $B$ и $B$ проигрывает[6] $A$. Собственно говоря, не обязательно даже знать призеров заранее: их можно угадать случайно, так что иногда («если повезет») три призера определяются за 127 партий.

Мы будем, однако, считать, что про силу шахматистов ничего заранее не известно и что нам «не везет». Более того, представим себе, что Злой Рок (или агент соперников — как хотите) влияет на исход каждой партии так, чтобы соревнования тянулись как можно дольше. Мы покажем, что в этом случае выбрать 1-го, 2-го и 3-го призеров среди 128 шахматистов меньше, чем за 139 партий, нельзя, как бы [7] ни проводились отборочные соревнования.

### *§ 2. Формулировки теоремы*

Исследуем сразу общий случай, когда в соревнованиях участвует не обязательно 128, а любое число шахматистов. Обозначим его через $n$. Введем также следующее обозначение. Пусть $N$ — произвольное число; для некоторых целых чисел $l$ выполняется неравенство $2^l \ge N$. Обозначим через $l[N]$ наименьшее из этих целых чисел.

**Примеры**

1. Так как $2^3 < 10 < 2^4$, $l[10] = 4$.

2. Если $2^{k-1} < N \le 2^k$, то $l[N] = k$.

3. Вскоре нам понадобится знать, чему равно $l[N]$, если $N = 128 \cdot 127$. Так как $128 = 2^7$ и $2^6 < 127 < 2^7$, то $2^{13} < 128 \cdot 127 < 2^{14}$, откуда $l[128 \cdot 127] = 14$.

[6] *Если он выиграет, то, значит, руководство ошибалось, и что делать дальше — неясно.*

[7] *Разумеется, в соответствии с предложениями 1 — 5 главы I.*

**Теорема.** *Для определения 1-го, 2-го и 3-го призеров среди $n$ шахматистов нужно сыграть не менее чем*

$$P(n) = l[n(n-1)] + n - 3$$

*партий.*

**Пояснение.** По-другому эту теорему можно сформулировать так.

Пусть разрешено провести максимум $R$ партий, где

$$R < l[n(n-1)] + n - 3.$$

Тогда (по каким бы правилам ни проводились отборочные соревнования) результаты партий могут оказаться такими, что после $R$ партий определить 1-го, 2-го и 3-го призеров еще не удастся.

Если $n$=128, то

$$l[n(n-1)] = l[128 \cdot 127] = 14$$

(см. пример 3). Значит, $P(128)$=14+128—3=139. Тем самым из сформулированной теоремы следует, что для определения 1-го, 2-го и 3-го призеров среди 128 шахматистов нужно не менее чем 139 партий. За 139 партий их определить можно по правилам ВОМИ — так что правила ВОМИ хороши!

### *§ 3. В бухгалтерии Злого Рока*

В § 1 этой главы мы предупредили, что Злой Рок старается затянуть отборочные соревнования. Сейчас мы укажем стратегию, придерживаясь которой, он добьется, чтобы для определения 1-го, 2-го и 3-го призеров среди $n$ шахматистов понадобилось как минимум

$$P(n) = l[n(n-1)] + n - 3$$

партий.

**Определение 1.** Будем называть *командой* любую пару[8] шахматистов $(A,B)$. Подчеркнем, что команды $(A,B)$ и $(B,A)$ — разные: $A$ играет в команде $(A,B)$ на первой доске, а в команде $(B,A)$ — на второй.

До начала соревнований на участие в Олимпиаде претендуют все команды. Сколько их?

До турнира каждый из $n$ шахматистов имеет шансы играть на первой доске. При этом он может возглавить $n-1$ команду (вторым к нему может попасть любой шахматист, кроме него самого). Таким образом, число всех команд равно $n(n-1)$.

В ходе соревнований число команд, претендующих на поездку в Рио, постепенно уменьшается (пока не останется ровно одна такая команда).

[8] *«Команда» состоит именно из двух, а не из трех человек: запасной игрок в состав команды не включается (так удобнее для изложения).*

Пусть в турнире уже сыграно несколько партий. По их результатам разделим всех участников на 3 группы. К первой отнесем всех, кто не проиграл ни одной партии. Ко второй — тех, кто проиграл ровно одну партию, причем обязательно шахматисту первой группы. К третьей — всех остальных (тех, кто проиграл более одной партии или одну партию — но игроку не из первой группы).

**Упражнение.** Проверьте, что в этой ситуации на поездку в Рио претендуют следующие команды:

1) все команды $(A,B)$, в которых $A$ — из первой группы, а $B$ — из второй, причем единственную партию, которую $B$ проиграл, он проиграл именно $A$;

2) все команды $(C,D)$ такие, что и $C$, и $D$ — из первой группы.

Проверьте, что никакие другие команды на участие в Олимпиаде не претендуют.

(**Указание.** Пусть $B$ проиграл $A$, тогда $B$ уже заведомо не станет чемпионом, а вторым призером сможет стать только при том условии, что чемпионом окажется $A$. Тем самым $B$ уже не сможет возглавить никакую команду и только в одну команду — в $(A,B)$ — может попасть в качестве второго участника.)

**Определение 2.** Если к какому-то моменту соревнований шахматист $A$ выиграл $a$ партий, а шахматист $B$ — $b$ партий, то мы будем говорить, что в *активе* команды $(A,B)$ имеется $a+b$ очков. Число $2^{a+b}$ назовем *характеристикой* команды $(A,B)$.

После каждой новой партии актив любой команды либо увеличивается на 1 (если победитель партии входит в эту команду), либо не меняется. Соответственно характеристика любой команды либо удваивается, либо остается неизменной.

**Определение 3.** Пусть проведено некоторое число партий. Сложившуюся ситуацию удобно характеризовать числом $M$, которое равно сумме характеристик всех команд, еще претендующих на участие в Олимпиаде.

Чему равно $M$ в начальной ситуации (до проведения соревнований)? Никто не выиграл еще ни одной партии, в активе каждой команды 0 очков, характеристика любой команды равна $2^0 = 1$. Таким образом, $M_{\text{начальное}}$ — это просто общее число команд, т.е. $M_{\text{начальное}} = n(n-1)$.

**Лемма.** Пусть в некоторой ситуации, характеризуемой числом $M$, проводится партия между шахматистами $A$ и $B$. Обозначим через $M_A$ число, характеризующее ситуацию, которая возникнет, если выиграет $A$, а через $M_B$ — характеристику ситуации в случае выигрыша $B$. Тогда

$$M_A + M_B = 2M,$$

так что хоть одно из чисел $M_A$ и $M_B$ не меньше $M$.

**Доказательство.** До игры между $A$ и $B$ все команды, претендующие на участие в Олимпиаде, естественно разбить на 3 группы.

I группа. Команды, в которые $A$ входит, а $B$ либо не входит, либо входит после $A$.[9]

II группа. Команды, в которые $B$ входит, а $A$ либо не входит, либо входит после $B$.

III группа. Команды, в которые не входят ни $A$, ни $B$.

Обозначим через $M_{\mathrm{I}}$, $M_{\mathrm{II}}$, $M_{\mathrm{III}}$ суммы характеристик команд I, II и III групп (так что $M = M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{II}} + M_{\mathrm{III}}$).

Докажем, что $M_A = 2M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{III}}$. Действительно, после победы $A$ на поездку в Рио претендуют только команды I и III групп; при этом в III группе характеристики команд не меняются, а в I группе удваиваются.

Аналогично доказывается, что

$$M_B = 2M_{\mathrm{II}} + M_{\mathrm{III}}.$$

Итак,

$$M_A + M_B = 2(M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{II}} + M_{\mathrm{III}}) = 2M.$$

**Стратегия Злого Рока.** Как идет отборочный турнир? Как мы знаем, все партии проводятся последовательно (одна за другой). Участники каждой новой партии назначаются в зависимости от результатов всех предыдущих игр.

Пусть уже проведено некоторое число партий, и очередная игра назначена между шахматистами $A$ и $B$. Злой Рок подсчитывает характеристики $M$, $M_A$ и $M_B$ (см. лемму); затем если $M_A > M_B$, он устраивает так, чтобы победил $A$, если $M_B > M_A$ — так, чтобы победил $B$; если же $M_A = M_B$, то он не вмешивается. Так как большее из чисел $M_A$ и $M_B$ заведомо не меньше $M$ (по лемме), то при такой стратегии характеристика $M$ после каждой партии не уменьшается.

Подчеркнем, что Року достаточно быть Всемогущим и не нужно быть Всеведущим: не вникая в планы устроителей турнира, он применяет одну и ту же стратегию при любом расписании игр.

Далее мы покажем, что при этой стратегии определение 1-го, 2-го и 3-го призеров потребует как минимум

$$P(n) = l[n(n-1)] + n - 3$$

партий.

### § 4. Доказательство теоремы

До соревнований $M_{\text{начальное}} = n(n-1)$. Чему равно $M$, когда соревнования закончены и определены 1-й, 2-й и 3-й призеры $X$, $Y$ и $Z$? Для поездки на Олимпиаду отобрана одна команда $(X, Y)$. Обозначим через $v$ число очков в активе этой команды. Тогда $M_{\text{конечное}} = 2^v$.

Если Злой Рок придерживался описанной выше стратегии, то после каждой партии характеристика $M$ не уменьшалась, так что $M_{\text{конечное}}$ не меньше чем $M_{\text{начальное}}$. Отсюда $2^v \ge n(n-1)$, т.е. $v \ge l[n(n-1)]$. Таким образом, первые два призера $X$ и $Y$ участвовали не меньше чем в $l[n(n-1)]$ партиях.

Кроме того, было проведено как минимум $(n-3)$ партии без их участия. Действительно, каждый из $(n-3)$ шахматистов, не вошедших в призовую тройку, должен был проиграть кому-то, кроме $X$ и $Y$, иначе он претендовал бы на третье место.

Таким образом, всего в турнире было сыграно не менее чем

$$P(n) = l[n(n-1)] + n - 3$$

партии. Теорема доказана.

## Глава III. Как определить трех призеров среди $n$ шахматистов?

В главе I были приведены правила, по которым можно определить трех призеров среди 128 шахматистов. Приведем аналогичные правила для случая $n$ шахматистов. Пусть $l[n] = k$, т.е.

$$2^{k-1} < n \le 2^k.$$

### § 1. Определение чемпиона

Игры проводятся по олимпийской системе. На 1-м этапе всех участников разбивают на две группы: в одной $2^k - n$, в другой — остальные $2n - 2^k$ человек; члены второй группы разбиваются на $(n - 2^{k-1})$ пар; в каждой паре определяется победитель, которого допускают ко 2-му этапу; члены первой группы начинают борьбу сразу со 2-го этапа. Всего ко 2-му этапу допущено

$$(n - 2^{k-1}) + (2^k - n) = 2^{k-1}$$

участников. Все этапы, начиная со 2-го, «стандартные»[10]: участники этапа разбиваются на пары, в каждой из пар определяется победитель, которого допускают к следующему этапу. Чемпион определяется в финальной игре на $k$-м этапе. Так как каждый из $n$ участников, кроме чемпиона, проигрывает при такой системе ровно одну партию, то всего на $k$ этапах будет сыграна $(n-1)$ партия.

### § 2. Определение второго призера

На это место претендуют шахматисты, проигравшие только чемпиону. Их не более чем $k$; присвоим им номера 1, ..., $k$ (№ $i$ — это тот, кто проиграл чемпиону на $i$-м этапе[11]).

Проводим игры так: № 1 играет с №2,[12] затем победитель — с № 3, и т.д. (всего не более чем $k-1$ партия). Победитель последней партии — второй призер.

### § 3. Определение третьего призера

Легко проверить (см. § 3 главы I), что второй призер выиграл не более $k$ партий, и поэтому на третье место претендуют не более $k$ человек. Сильнейший из них заведомо определяется за $k-1$ партию. Это и есть третий призер.

### § 4. Выводы

Чтобы найти среди $n$ шахматистов 1-го, 2-го и 3-го призеров, достаточно провести

$$(n-1) + (k-1) + (k-1) = \\ = 2k + n - 3 = 2l[n] + n - 3$$

партий. Это число мы обозначим через $Q(n)$.

## Глава IV. Обсуждение результатов

Пусть $n$ — целое число, $n \ge 3$. Обозначим через $I(n)$ число, удовлетворяющее следующим двум условиям:

1) за $I(n)$ партий наверняка можно определить 1-го, 2-го и 3-го призеров среди $n$ шахматистов;

2) если $R < I(n)$, то результаты партий могут оказаться такими, что за $R$ партий определить 1-го, 2-го и 3-го призеров среди $n$ шахматистов не удастся.

---

[9] *$B$ входит после $A$ только в одну команду $(A, B)$; эта команда включается в I группу, разумеется, только при том условии, что она еще претендует на поездку в Рио.*

[10] *1-й этап в отличие от случая, разобранного в правилах ВОМИ, является «нестандартным» (т.е. требует указанного в этом параграфе дополнительного разбиения участников на группы), если $n$ не есть точная степень двойки.*

[11] *Отметим, что № 1 может не достаться никому (если чемпион начал игры со 2-го этапа).*

[12] *Иногда эта игра не проводится (см. предыдущую сноску), и все начинается с партии между № 2 и № 3.*

Тогда результаты, полученные в главах II и III, можно записать в виде формулы

$$P(n) \le I(n) \le Q(n).$$

Напомним, что

$$P(n) = l[n(n-1)] + n - 3,$$

$$Q(n) = 2l[n] + n - 3,$$

где $l[n] = k$ при $2^k \ge n > 2^{k-1}$.

Можно показать, что $Q(n)$ равно либо $P(n)$, либо $P(n)+1$. В первом случае $I(n) = P(n) = Q(n)$. Во втором случае для $I(n)$ имеются две возможности: либо $I(n) = P(n)$, либо $I(n) = Q(n)$. Обе возможности могут осуществляться, как видно из приведенной таблицы.

В первой группе определим стандартным способом (см. § 1 и § 2 главы III) 1-го призера $A$ и 2-го призера $B$. На это уйдет 15+3=18 партий. При этом $B$ выиграет не больше чем у четырех человек (см. § 3).

Во второй группе определим сильнейшего $C$ по олимпийской системе (3 партии). При этом $C$ выиграет у двоих.

Следующую (22-ю) партию проведем между $B$ и $C$. Если победит $B$, то ясно, что $A$ — чемпион, $B$ — второй призер, а на третье место претендуют пятеро, проигравших $B$. За оставшиеся 4 партии можно найти среди них третьего призера.

Пусть, наоборот, победит $C$. Тогда возникнет следующая ситуация (рис. 1): на призовые места претендуют шахматисты $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ и $F$ (стрелки ведут от победителей к побежденным). Проведем 23-ю партию между $D$ и $E$; пусть в этой партии победит $E$ (случай, когда победит $D$, проще и рассматривается аналогично).

| $n$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(n)$ | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| $I(n)$ | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| $Q(n)$ | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 24 | 25 | 26 | 27 |

Как именно ведет себя $I(n)$, мы расскажем подробнее в другой раз. А пока попытайтесь разобраться в этом самостоятельно. Попробуйте решить также следующие задачи.

1. Проверьте приведенную выше таблицу.

**Указание.** Наметим путь решения этой задачи для $n$=20. В этом случае $P[n] = P[20] = 26$.

Разделим 20 шахматистов на две группы: в первой группе 16 человек, во второй — четыре.

24-ю партию проведем между $A$ и $E$. Если выиграет $E$, то $C$ — чемпион, $E$ — второй призер, а на третье место претендуют $A$, $D$ и $F$. За оставшиеся 2 партии найдем среди них третьего призера.

Если 24-ю партию выиграет $A$, то (см. рис. 2) на первые два места претендуют $A$ и $C$, на третье — $B$ и $E$. Проведя две партии (между $A$ и $C$ и между $B$ и $E$), мы определим 1-го, 2-го и 3-го призеров. Итак, $I(20)=26=P(20)$.

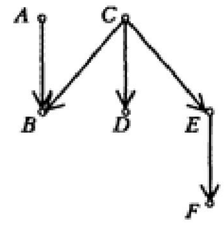


*Рис. 1*

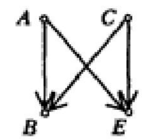


*Рис. 2*

Только что приведенные правила резко отличаются от стандартных правил из главы III. По стандартным правилам шахматисты, проигравшие хоть одну партию, не участвуют в следующих играх до тех пор, пока не определится чемпион. Только отказавшись от этого, нам удалось определить 1-го, 2-го и 3-го призеров среди 20 шахматистов за 26 (а не за 27) партий.

**2.** Докажите, что 1-го и 2-го призеров среди $n$ шахматистов наверняка можно определить за $l[n] + n - 2$ партий и может не удастся определить за меньшее число партий.

**3.** Пусть мы хотим определить среди $n$ шахматистов $k$ сильнейших (1-го, 2-го, ... , $k$-го призеров). Докажите, что

а) это наверняка можно сделать за $(k-1)l[n]+n-k$ партий;

б) если

$$R<l[n(n-1)...(n-k+2)]+n-k,$$

то результаты партий могут оказаться такими, что это не удастся сделать за $R$ партий.

**Указание.** В задаче б) мы рекомендуем рассуждать так же, как в главе II, рассматривая «команды» $A_1, A_2, ..., A_{k-1}$, состоящие из $k-1$ участника. Общее число таких команд равно $n(n-1)...(n-k+2)$.

# ИНФОРМАЦИЯ

## XXII ЛЕТНЯЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА ВО ВЛАДИВОСТОКЕ

*(Начало см. на с.45)*

Как видим, школьникам предлагалось взглянуть на привычные, казалось бы, законы и теоремы под непривычным, не вполне школьным, углом зрения, порешать красивые задачи, в том числе — участвуя в олимпиадах. Победители олимпиад (их было две, одна — чисто математическая, другая — смешанная, физико-математическая) были награждены специальными призами и грамотами журнала «Квант». Кроме того, памятную грамоту журнала «Квант» получил каждый участник Школы. Отметим еще, что все слушатели были приняты в Заочную физико-техническую школу при МФТИ.

Если вспомнить, что кроме уроков и олимпиад были еще занятия в спортзале, соревнования, экскурсии, а ведь летом надо еще и отдыхать, и купаться в море — становится понятно, что жизнь у ребят была весьма насыщенной. Организацией работы и жизни Школы ведала завуч хабаровского лицея № 2 Н.Е.Довбило, а под ее руководством работала группа воспитателей-студентов. Эти молодые люди совсем недавно сами были рядовыми ее участниками, причем некоторые — неоднократно. Именно от них будущие слушатели узнавали о Школе «из первых рук», в частности о том, что практически все прошедшие Школу становятся студентами. Лидером и координатором этой группы студентов был старший воспитатель Евгений Шлямов — студент 5 курса Благовещенского политехнического института. Успешному проведению Школы немало способствовало заботливое отношение директора Приморского краевого ИУУ И.А.Яковлева.

Разумеется, успех столь масштабного предприятия мог состояться только при мощной поддержке организаторов Школы. Это — Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Российский фонд фундаментальных исследований, Московский физико-технический институт, Инновационный фонд Министерства образования РФ, Управление образования Приморского края, а также Международная Соросовская программа образования в области точных наук. Все участники и преподаватели Школы выражают им самую искреннюю благодарность.

В 1995 году во Владивостоке состоится очередная XXIII Летняя школа. Заявки об участии в ней просим присылать в редакцию с пометкой «Приморская летняя школа».

*А.Егоров, А.Черноуцан*