

לוגיקה 3

1. תהי T תורה כך שלכל $n \in \mathbb{N}$ יש מודל סופי של T בעל לפחות n איברים. הראה/י כי אז:
 - (א) יש ל- T מודל אינסופי.
 - (ב) אין נוסחה סגורה אשר מתקימת בכל מודל אינסופי של T ולא מתקימת באף מודל סופי של T בעל מספר איברים מספיק גדול.
2. הוכח/י כי לא קיימת תורה של סדר טוב (כלומר תורה שמודלים שלה הם בדיוק כל הסדרים הטובים).
3. נניח כי T תורה עקבית בשפה בת מניה ללא מודלים סופיים, ויש עוצמה κ כך שכל שני מודלים של T בעלי עוצמה κ איזומורפיים. הראה/י כי אז לכל נוסחה סגורה φ אחת ורק אחת מהתורות $T \cup \{\varphi\}$, $T \cup \{\neg\varphi\}$ היא עקבית. תורה בעלת תכונה הזו נקראת תורה שלמה.
4. תהי $\mathcal{L} = \{P\}$. שפה בעלת סימן יחס חד מקומי אחד. תהי T תורה שטוענת כי P וגם $\neg P$ הם אינסופיים. הוכיחו כי T תורה שלמה.
5. הוכיחו כי התורה T^* מהתרגיל 2 שאלה 4 היא שלמה.
6. נוסף לשפה של T^* מהתרגיל 2 שאלה 4 סימן יחס חד מקומי P . תהי $T^{**} \supseteq T^*$ שטוענת כי P וגם $\neg P$ צפופים וגם כי לכל i מתקיים $P(c_i)$. הוכיחו כי
 - (א) ל T^{**} יש בדיוק 4 סוגי מודלים לא איזומורפיים בני מניה.
 - (ב) T^{**} תורה שלמה.
7. תנו דוגמה של תורה שלמה בעלת בדיוק n מודלים בני מניה לא איזומורפיים לכל מספר טבעי $n \neq 2$.