

ללא חומר עזר  
חלק א'  
זמן לפתרון 75 דקות

חקב"צ 1  
סמסטר 1 תשס"ד – מועד א'  
פרופ' רפי חסין

1. א. להראות דוגמה קטנה של טבלת סימפלקס עם פתרון בסיסי לא מנוון, כך שבאיטרציה הבאה יתקבל פתרון מנוון.
- ב. להראות דוגמה קטנה של טבלת סימפלקס עם פתרון בסיסי מנוון, כך שבאיטרציה הבאה יתקבל פתרון לא מנוון.
- ג. נתונה רשת מכוונת עם 6 צמתים וקבוצת הקשתות  
 $E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,5), (2,6), (3,4), (4,6), (5,3), (5,4), (5,6)\}$   
כל קיבולי הקשתות הם של יחידה אחת.  
לחשב באופן מסודר זרימה מקסימלית וחתך מינימלי.
2. עליך לבצע  $n$  משימות. משך המשימה ה- $i$  הוא  $t_i$  שעות. ביצוע משימה חייב להתחיל ולהסתיים באותו היום. אפשר לבצע ביום מספר משימות בתנאי שסך ארכן הוא לכל היותר 15 שעות. על המשימות מוטלים אילוצי קדימות שהם אוסף  $P$  של זוגות סדורים, כך שאם  $(i,j)$  ב- $P$  אז משימה  $i$  חייבת להתבצע לפני  $j$ . ברצונך לבצע את כל המשימות במספר מינימלי של ימים מבלי להפר את האילוצים.
- א. לנסח כבעיית תכנות בשלמים. [להסביר את משמעות המשתנים והאילוצים].
- ב. להחליף את אילוצי השלמות של המשתנים באילוצי אי-שליליות ולרשום את הבעיה הדואלית.

ללא חומר עזר  
חלק ב'  
זמן לפתרון 90 דקות

חקב"צ 1  
סמסטר 1 תשס"ד – מועד א'  
פרופ' רפי חסין

3. משקלו של שמיל החתול בחודש  $t$  הוא  $x_t$  ק"ג. מטעמי הסתגלות למזג האוויר המשקל חייב להיות מספר שלם בטווח  $[L_t, U_t]$ . עליה במשקל מחודש  $t-1$  לחודש  $t$  כרוכה במאמץ של  $c_t$  לק"ג. ירידה כרוכה במאמץ  $r_t$  לק"ג.  $x_0$  נתון ויש לחשב משקל אופטימלי לחודשים  $t=1, \dots, T$  כך שסך המאמץ יהיה מינימלי.

- א. לנסח כבעיית תכנות בשלמים  
ב. לנסח נוסחת נסיגה (ניסוח אחורי) של תכנות דינמי.  
ג. לפתור את נוסחת הנסיגה לכל ערך אפשרי של  $p$  כאשר:  
 $x_0=3, T=3$

$c_1 = p$	$r_1 = -1$	$L_1 = 2$	$U_1 = 5$
$c_2 = 2$	$r_2 = -3$	$L_2 = 3$	$U_2 = 6$
$c_3 = 2$	$r_3 = -1$	$L_3 = 4$	$U_3 = 5$

4. תהליך הגעה למערכת תורים הוא Poisson בקצב  $\lambda$ . תור ארוך מרתיע את הלקוחות של המערכת. אם לקוח מגיע ורואה  $i$  צרכנים במערכת הוא עוזב בהסתברות  $p_i$  (ומצטרף למערכת בהסתברות  $1-p_i$ ). קצב השירות גם הוא תלוי באורך התור. נסמן ב-  $\mu_i$  את קצב השירות כאשר יש  $i$  צרכנים במערכת. כאשר המערכת מתרוקנת מצרכנים השרת יוצא למנוחה וחוזר ברגע שיש במערכת 2 צרכנים. מספר הצרכנים במערכת מוגבל ל- 4 לכל היותר.

לצייר מערכת חיצים ולתאר משוואות לחישוב תוחלת זמן השהייה במערכת ותוחלת זמן המתנה בתור.