

10.11.08

סיכוריה חיסוריה

האלגוריתם של Graham

בשעור הקודם ראינו את האלגוריתם. בסופו אנו מקבלים שניתן
באחסנית הן קצקצי הקאור העטון (אמטט עיין עטאק האחסנית)
מה סיבוכות האלגוריתם?

האיון בהתפתה ענה $(n \cdot \log n)$

עודאת ה for אתצעת $O(n)$ פעלים

עודאת ה while אונצאת נקוציה אחחסנית ועס כחצ

אתצעות $O(n)$ פעלים

כהיכ נקעס שהסיבוכות היא $O(n \log n)$

אלגוריתם divide & conquer

נעה עפעס עסיבוכות של $n \log n$ עס החיון

$$T(n) \leq 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n) \Rightarrow O(n \log n)$$

כואר, נעה עעצט את הפעלות הבאות:

1. נערק את P עסני תתי קעוצות P_1, P_2 כעול $\frac{n}{2}$ ע

2. נחשב מקורסיה $C_1 = CH(P_1)$ $C_2 = CH(P_2)$

3. נמש את C_1, C_2 עקענת $C = CH(P)$

אך נערק את P (שכ 1)?

נעציר $P_1 = \frac{n}{2}$ הנקוצות השמאליות

$P_2 = \frac{n}{2}$ הנקוצות הימניות

ועס העעוציה כן היא עאצטו את החיון של קואורציות ה x (כואר

(n) נסאו חציון עכ ה l

הערה-

יכט לעיות כן אצב אנון של חלוקה לא בחורה אכל בלקיה עכ

נימן לעציר, לעצמיה, כציר לעקווערע

אך נראה את C_1, C_2 (שם 3) ?

C_1, C_2 הם 2 מצבים קאוריים עם מספר ענפים את

$$C = CH(C_1 \cup C_2)$$

הם שפת C יש עוד כזיוק 2 בצורת חסות וספיק חזות

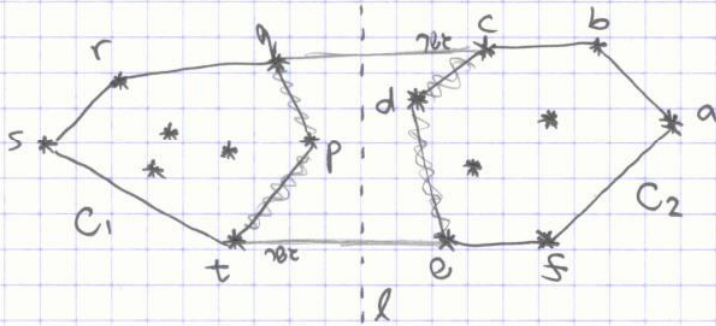
את l (l יש מחצה את $C \Leftarrow l$ יש מחצה את

שפת C פעמיים \Leftarrow שפת C יש כזיוק 2 בצורת מחזות

את l) . נראה בצורה שלו עשרים ואלו מה ששאר

דעסות זה מצבא את העשרים.

זכירה -



לפי ששאר זאת עליו עתהן אושן נוסף

זיאתת נורמליס של מצב קאור -

יהי $C: q_1, q_2, \dots, q_n$ מצב קאור ו q_i קובקוביו בכיוון CCW

נסאן q_j את וקטר החיזה בכיוון הנורמל החיובי

$$e_j = q_j \times q_{j+1}$$

אם החיזה, שלו אומנים m_1, \dots, m_n הוא זיאתת הנורמליס

נשם על ששאר זה הקטר $m_j \times m_{j+1}$ מצב את הנורמליס החיוביים

עשרים התומכים בקאור הנקודה q_{j+1}

עם, כזי מצבא את העשרים, נשאר את זיאתת הנורמליס

של C_1, C_2 . נשם על ששאר עשור תואך C_1 ו C_2

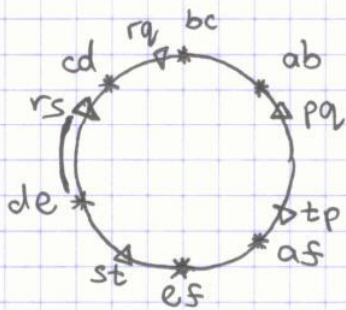
כן ששם הוא כן $b \times a$! C_2 אל' הוא תואך

C_1 ו C_2 a \times b , הנורמל של קטר של

b זיאתת הנורמליס של C_1 וקטר של a זיאתת של C_2

אם כן, מה שזיהי אטלנזי אטור אט ה קטות
 קזיאטמה המושג, אטור א אמת אהם נכזוק האטו
 קטות א קזיאטמה הנכזות הן אטות וכך נקט
 זוז קוזקוזים (אם התאמה בין קטות וקוזקוזים שזינו
 קוזקוז).

נחבר את הקוזקוזים בטר, אנתק את הנולס המזני אטו
 ונכזוק אט הוא אט שיק אקט. אט ק אטני אט וקט
 אט אט נאך
 אטרה אטרה...



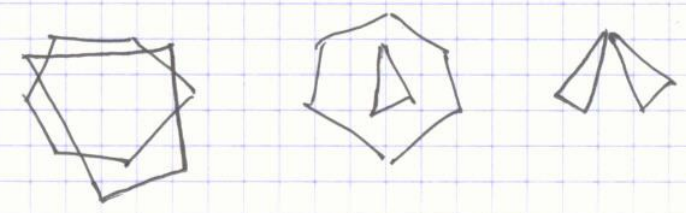
הקזיאטמה המושקת היא

תתקשר $rs-de$ אטור אט אט d וקט de אט s וקט rs אט
 אטת קתלך אט הון (אט) (אמה אטני וזנס אטמה אט G
 אטמה אט אט קזוק יאטה)
 אט נכזו אטו?

אט אטמה אטו אט 2 קטות (db אט st). אט נט'ס אט
 אטן כן אט d, s, p יתכזו אט הנכזוק תמה אט פנייה אטמה.
 אט נכזוק אט ps אט?
 אט נכזוק אט אט אט sd נכזו בין אטו rs ! אט

האטה-

אט C_1, C_2 אט אטמה אט האטה אט אט הטרם



מסקנה -

על צורך לפצל כביש לנתיבי ואלפסי דהספק הפיצול
סיווגים (לפי, החקת הקוצות באורך ופיצול עם
הערכים של החקת הכאן והאחרון באורך החקאות לפי המטה)

הערה 2 -

עלות האילוח היא עניינית באסר קוצות c_1, c_2 ודא
קוצים של P_1, P_2 . עם, אפ קרה וסיבוכיות הפלס (c_1, c_2)
קנה בהרבה וסיבוכיות קדם קנה אילוח יותר עם

הצגה -

ניה של קוצה P נבטת באופן אקראי ולפי תלוי
מתוך התפלגות אטוואת.

מהי תוחלת אם קוצותי הקאור של n קוצות אלו?

- אם התפלגות היא אחידה באינסוף קאור של r קוצות P
של תוחלת אם קוצותי הקאור הוא

$$const + \frac{ar}{3} (n \ln n + \gamma) = O(\log n) \quad (\gamma = \text{קונסטנט אדרי})$$

(ואם, כי מתקיים)
$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n^{\alpha-1}) \Rightarrow O(n^{\alpha})$$

קנה $O(n^{\alpha})$ במאובל עם וסיבוכיות התפלגות

- עבור עיט, תוחלת אם קוצותי הקאור $O(n^{\frac{1}{3}})$

- עבור עיט $d = d$ אמצים, קנה $O(n^{\frac{d-1}{d+1}})$

האנליזה שלן מקים את נוסחת הסימטה

$$T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + O(E(n))$$

ועם אם הפיזור הוא אקראי שלן מקפלים סיבוכיות עניינית.

אם נבצל את הפצל ע'י אורך התוחלת (כמו באסקנה), ל תת

כמה תתקיים כמו המטה באקורית ועם פצל זה ישאור אל

אקראיות.

עם, קיבלנו אובייקטים שמתחת זמן הריצה שלו הוא $O(n)$

האם נקודה בקאור -

נתון מצולע C קאור ונתונה נקודה q . צריך למצוא האם q נמצאת בתוך C .

נבחר נקודה פנימית O בקאור

נבחר את O ! q

נמצא O חישוב בינארי ובדיקה של פנייה שמאלה אם $q > C$

* מציאת צלע אומלנית - אם הנקודה הנבדקת נמצאת עליו

בצדדים אלה ביום בקאור השלילי, ואם נחשב אלה צלע

אבל את קואורדינטה q של x

* בדיקת שיבת - בדיקת פנייה שמאלה אם הצלע האומלנית

המציאה קודם

סה"כ התשטוריתם עומד $(n \log n)$

שאושר -

חישוב קוטר של קבוצת P של נקודות באישור -

(קוטר = המרחק המקסימלי בין שתי נקודות בקבוצה)

אם זה קוטר? שים לב הנקודה שקובעת את הקוטר הן הנקודות של

הקאור

הסבר -

אם ab קוטר אלף הישרים האנכיים a ו b בנקודות a, b הם

ישרים תואמים כי אם, בה"כ, יש נקודה c מתחת לאותה

האנכיים אלף פיתגורס יש ישר יותר ארוך מהקוטר



יותר משה - הנקודה הנ"ל הם שזו קובוצים עם ימים קלטים
מקטים עם נותנים חזונים מנוצים
הסדר -

נקח את זוגות הנותנים, a, b , של הקטור c של P .
נקח את הביטויים המסודרת a ו- b (המסופר סדר
המס'ר) ונמצא את z הביטויים.

על קשר חזרה יש שזו קובוצים a, b (אחר שנותנים
שלם מנוצים)

יש חז קשתם על קשר שזו קובוצים מנוצים עקור. נבדוק
איזה מהסודות הנ"ל הם בעלי מתק מקסימלי

עם, a, b יש ענין זר ענין קטור אל הסוכיות היא

$$O(n \log n) = \text{מיסוד הקטור} + O(n)$$