

האלף משרה פרמוטציה של הקבוצה p_1, \dots, p_n ומשל או הקבוצה אמת-אמת סבדר עם ומסבין או הקטור סידור עם (קבוצה).

ראינו סבדר קבוצה של הכנסה יכול שיהיה שאלוה עם $\Theta(u^2)$ באור עם ספר הקטורים.

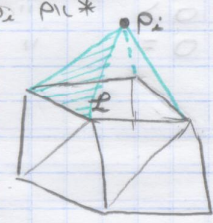
ראוי סבדר קבוצה: \rightarrow שאלו השיטה!

- (1) גורחל מספר הפאור שאלוה עם מ"זר הוא $\Theta(u)$
- (2) אפשר עם או האלוה עם כן גורחל עם הריצה $\Theta(u \log u)$ \rightarrow קראו השיטה!

טה דרוק עם שמתחם עם הוסט וק', טפר נאן קטור עכתי?
זה גרזו השיקוק הנק' - או היו טוק קטור הנעמי - שא צריק עם סמוך באור - טבט סאט!
מה או הנק' אוה פנימה?

נסמך C_i = הקטור אור הנסמך ו- i הנק' החשונה - p_1, \dots, p_{i-1}
נוספס או נק' p_i

p_i או $*$ פנימה קטור - שא עושים באור, כומר $C_i \leftarrow C_{i-1}$
 p_i או $*$ חיצונה קטור - נחשו עם קטור ככוכב, ו- p_i קן אור - (סגורם
 עם רצב שמור ע"י p_i (כניסוד רצב המור)
 אם באור טויער הוא או p_i (חבר או קובקובי
 הפאה עם p_i והפאה הלו כקר שא מתקיים.
 עמוע צוא, באור שא חוה או p_i - ג'יסאר
 קטור החקש דנו שיהיה קטור הקובץ.



הפצה p_i טורה או באור $\Leftrightarrow p_i$ נטבוא רצב הפני של הטיור
 $\Leftrightarrow p_i$ הפק רצב שבו נטבוא
(קטור C_{i-1})

$\Leftrightarrow p_i$ באור של C_{i-1} ג'יסאר באור $C_i \Leftrightarrow p_i$ אוה טורה אמה.

אם בק, האלוה: \square יטבוא באור שו (נאור ע"י p_i ויסאר אומ
 \square יצרוק או הפאור שן (נאור ע"י p_i ויהל אומ
 הפאור הפקוק או p_i שקמה של C_{i-1} שפרדו בין
 פאור (נאור זכאור שיון נאור).
 קמה אלו (קרוור סטוכה (silhouette)

החמה - אם הטיור עם היה טוק, או היטש השיטה היה נכס טוק הפאון, וזכ
 p_i היה חוה או שניהם - כומר או שני הפאון.
זו אנכאויזיה - שא נכח טעניק.

אציתו מעל של פאור סמך p_i , כומר, באור שניה - זה השוה עיזוס של או הקטור
כו כפי שיון שפיור עמך כל חצי קטר צריכה עם מין 2 הפאור הפכניה עם
וקובקוב הקצה שלה.
אנכאויזיה זו חושם עם הפאור החפול והמלויין, זכן הקמג השיקוק בין פאור
הקטור הין פאור החפול.

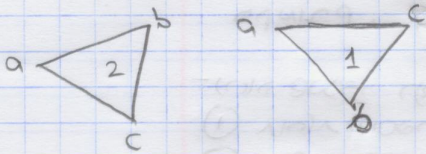
* עם הפסוק, (גייס זקטור סו אוכל של צמב פאור סמוכ - (קרוו אצה - "פרכוס"
סצמ טבוקר טאול קמה של הקטור, כשל קטר טבוקה עם 2 הפאור הסמוכ.
(קצב פיו עם טנה הנגנים שאורנו טקוס עמך...)
וען יש טסן יכחל ניוט טמנה הנגנים בין פאור שנו.

פעה פריטיסיה חפמה - האם קבוצה p_i הוא זכ פאור \Leftrightarrow של הקטור העכתי?

סצמ טבוקר טמנה שמה גל-מטבוי.
הפריטיסיה שפעה טקמה - (קובוק - d, c, b, a - וערה קמס טמנה רצב
של הטיור שמושר ע"י (קובוק a, b, c, d (נטבוא הקובוק d).

הסדר הטבעי של הקודקודים חשוב ובוודאי קובע את הכיוון של המשולש
 (משום של המסלול $a \rightarrow b \rightarrow c$ הוא סיבוב נגדי - כאשר כיוון הקצוות
 הקודם מיוון סימור של abc - סיבוב זה יוצר הכיוון החיובי של המשולש.

פרק אחר, משום של זה: $\vec{ab} \times \vec{ac} = 2 \cdot \text{שטח}$



פרק שליש והכי פשוט - כל וז-יטון! זהו המשולש
 כיוון הקצוות הטוב הוא החוצה מהצל כלפי הכוונה
 (קצתה)
 המשולש הכיוון הוא החוצה מהצל כלפי הכוונה (אחור)
 הצל.

* $abcd$ - סדר סדר מכוון, כיוון חיובי או d כצד החיובי של abc ואת זה לזה.
 עבור סדרה נכונה - (המשולש abc) קבל 0.

זוהי גודל הפעולה הפחיתים: $\{+, 0, -\}$

משולש הגובה של הפעולה זו מסקון זמני:
 אופן חישוב המכפלה הקרואה הנזכר:

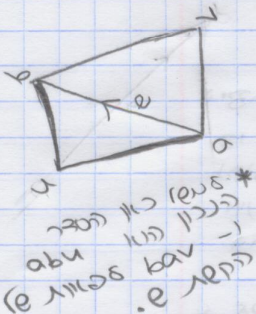
$$\left. \begin{aligned} & (\vec{ab} \times \vec{ac}) \times \vec{ad} < 0 && \text{(מזרח)} \\ & (\vec{ab} \times \vec{ac}) \times \vec{ad} > 0 && \text{(מערב)} \\ & (\vec{ab} \times \vec{ac}) \times \vec{ad} = 0 && \text{(מזרח)} \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{ab} \times \vec{ac} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_b - x_a & y_b - y_a & z_b - z_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a & z_c - z_a \end{vmatrix}$$

$$(\vec{ab} \times \vec{ac}) \times \vec{ad} = \begin{vmatrix} x_d - x_a & y_d - y_a & z_d - z_a \\ x_b - x_a & y_b - y_a & z_b - z_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a & z_c - z_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_a & y_a & z_a \\ 1 & x_b & y_b & z_b \\ 1 & x_c & y_c & z_c \\ 1 & x_d & y_d & z_d \end{vmatrix}$$

סביר הפעולה הפחיתים או חיובי או סימן הפחיתים הכי
 * המכפלה נותנת את ה- (המקבולן שמוצג ע"י האם - לא כמות חיובית...)
 * נכח המכפלה הוא (המקבולן מחלק ק-6, ובמקרים שמוצג צריך זקוק
 נ-1, כאשר א הוא מספר הטעמים

* הייבוס של פני הקמור C_i צריך להיות כזה שלם פאה נכח את הכיוון החיובי שלה -
 כאשר הנחתם זה, אוכלתה - שיהיה כיוון החיים.



כהייגן בספר גבולות - חסום שנית או הקודקודים לפי סדר (כח
 כך שכיוון החיים יהיה הכיוון החיובי של הקמור.
 ואם כך שאולי אם p_i הוא או פאה p זה כצד החיים (אולי
 אם p_i (מזרח) נכח החיים של הפאה.

* אם p_i לא הוא או פאה אם p_i כוונה פנימי

המור אוכלתה

צדדים מציאו את ה- הפרופים של C_i של p_i נווה פחיתים רק אחר שפחיתים -
 נכחה מוון פחיתים

- (1) אם p_i הוא או פאה - צדדים או הפרה
- (2) אם p_i הוא רק פאה אחר - (מחיל) את הפרה הפרה חכם - אוה קר
 אוה סוף זה מואר
 פאה חכם החברה
 או p_i פחיתים.

(3) יוצר כפחים חסום (המקבולן זמני) של פאה חסום סמוך

* נרצה לספר יעיל וזו עמדה על כל הפרטים! - (עם ציור ע"י)

המשפט הראשון

- (הצדק רשימת הגשמים) s (conflict-list)
- כל נקודה p_i שזוהי לא הובנו הצדק רשימה של הפרטים הנוכחיים שהיא ראוה.
- סדר ערכון הקטור - יתן אופורטוניות אלוה נק' שזוהי לא הובנה למטה.
- והפסי, כל פרט של הקטור העמדי יחזיק רשימה של הנקודות שעדין לא הובנו, שרואה אלוה.

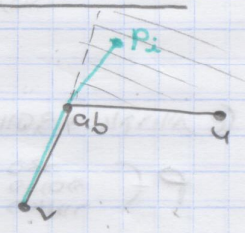
כזוהי, עמשה הפרטים בין נק' שלו הובנו עמנו הפרטים של רואה הוא צו-כוונן.

* כהיות המשפט ה"ש הפסולט שמוח צעו הולטרס בין מ"צוה.
 כמובן, צוהי צדק "עמשה" אל הקושי למקום אחר - "צוה ועצונו הרשימה.
 עצונו הקטור חקד - יתן צ' מן ציורי העזר הרשימה, טכוון שכל עצונו צדק
 מן קו"ש.

ערכון הרשימה

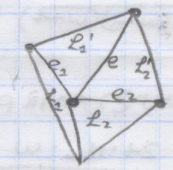
- הפרט שהולט ממנה הנקוים (מקורם 1 או 2) - נוצרו אלוה הרשימה של כל נק' שאמה אלוה ועדין לא הובנה - ליה צוה מספר קו"ש של פעולות.
- כל פרט חקד - צדק למעלה מ- ראוה אלוה ועדין אלוה רשימה פבוונקסיים הפסולט

פרט חקד מטיפוס 2 : נחתו כ כל נק' שרואה אלוה הפרט החקשה סהכרה ראוה של אלוה הפרט הישן.
 נובע מנק' שהפרט החקש כוזאוה סמוח מן הפרט הישן.
 עכן, נצטור על רשימה הקונפליקט של הפרט הישן ונצוהו ממנה נק' שרואה אלוה החקש.
 העזר ציטוריה שזוהי הרשימה של הפרט הישן.



* מהרשימה- אלוה הנוק' ראוה אלוה (a,b) אלוה צדין ראוה אלוה, נאם ראוה אלוה (a,b) אלוה אלוה (a,b) אלוה (מזוהו מרחוק) (a,b) אלוה מוצווי ראוה אלוה (a,b)

פרט חקד מטיפוס 3 : כל נקודה שרואה אלוה הפרט של e ראוה אלוה אחר הפרטים החקש של e_1 או e_2 .
 ולכן המעשה של 2 הרשימות האלוה נוכח עכנות אלוה הרשימה e .



- קיבלנו כי כל רשימה עומק עם פעמים - עם קוצרה, ומעט סכום " = מספר קטום של פעמים.
 ואכן העזר: צ' מן הרצה של הולטרס הכולורצוהי עאוה כל רשימה הקונפליקט-ים של פרטים שנוצרו ממנו + מספר הפרטים עצמם.
 כש"ש פרטים עם רשימה קונפליקט ריקה - ליה פרט סוס.

הולטרס

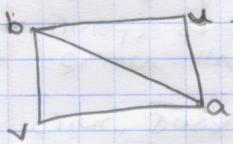
1 - $O(n)$ אלוה - אחרי הוספה p_1, p_2, p_3, p_4 פרטים כל אחר מהם יחזיק מ' טכוון p_5, \dots, p_n ראוה אלוה ונסנה רשימה קונפליקט

* ראוה כנו ממנה (נונים שהונו סהכרה ראוה) - שיהו צ' מן $\frac{n}{2}$ נק' שערנו לכך וצ' אלוה מן נקודות עכור $\frac{n}{2}$ הנוק' הולטרס אלוה שמה הרשימה... אלוה סאו צדק עכור אלוה כלו ממנה שזוהי סאו נכנסו - ופרים כרעצ אמנה - אלוה ראוה קהמשק שמוחלה של סוצל ממנה הנקוים ה"ו ציטורה.
 ואחר נקשה נשם (חש"ו אלוה אלוה צ' מן הרצה.

- 1) אלוה מספר הפרטים
- 2) אלוה סכום אלוה רשימה הקונפליקט

גודל מספר הפרטים שאולף מ"צד היו (w)

(מסל על כפר כלשהו), אמצע ריבוע של קו - 2 ק"מ של הקו שהוא או ריבוע של (מסל 2 ק"מ שטחיות או הפאול).



המסל של ריבועי הקו הוא (a, b, c, d) עבור הפרט - כמות u מימין a - b , v משמאל c - d והציון ab , cd בכיוון הנכון.

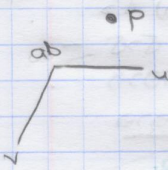
שני - משקל הפרט = מספר הקוביות שהוא אולף

אולם משקל הפרט הוא 0 או 1 הפרט חלק מהקטור (כל הקו פנימי, 1) אלו הם הפרטים הכוללים שבתל (אור ארץ).

180 -

נניח שמשקל פרט כלשהו הוא w

כדי שהפרט יהיה "נורמל" הוא צריך להיות - חייב שארבע הקוביות השטחיות אולף (a, b, c, d) (כמות לפי כל הקו שהוא אולף).



מסל חסימה
זכור פנימי

אין חסימה
זכור פנימי

כי אחר, אם המשל הפנימי או k לפני u - אזי הפאול (a, b, c, d) כולל זאזא מיוצר כי k נמצא על $u-1$ גייה (ק פנימי עקמו).

- (חשב את ההסתברות שזכור הכנסה כאחד - כולנו פרוסציה אקדמית) $(w+4)$ קו.

$$P(\text{כנסה פנימי כאחד}) = \frac{w! \cdot 4!}{(w+4)!} = \frac{24}{(w+1)(w+2)(w+3)(w+4)} = O\left(\frac{1}{w^4}\right)$$

ולכן עבור $w=0$ - ההסתברות היא $\frac{1}{24}$ - לומר טורפולו. וכל w חלק ורצף ההסתברות קטנה ואסימטוטית לאפס מאד.

שני - N_w - מספר הפרטים במשקל w בקו.

מ"צד היו w

$$\sum_{w=0}^{N_w} \frac{24 \cdot N_w}{(w+1)(w+2)(w+3)(w+4)}$$

מחלק בכוח אורכי רימור הקונפליקט:

$$\sum \frac{24 \cdot N_w \cdot w}{(w+1)(w+2)(w+3)(w+4)}$$

כי כל פרט שמימין - מימין רימור של w (קו שהוא אולף).

הם N_w קטנו מאד, או N_0 כן אולם חסום.

$$N_6 = \text{מספר הפרטים בקטור הבסיס} = \text{מספר הקטור הקטור הבסיס} = 3^6 - 6 \geq 3^6 - 6$$

מספר הקוביות
הקונפליקט
הקטור הבסיס

כיוון, ניתן לחשב את N_w - מספר הפרטים שמשקלם לכל היותר w .

$$E\left(\frac{\text{כנסה פנימי}}{\text{האולף}}\right) = \sum_{w=0}^{N_w} \frac{24(N_{\leq w} - N_{\leq w-1})}{(w+1)(w+2)(w+3)(w+4)} = \sum_{w=0}^{N_w} N_{\leq w} \left(\frac{24}{(w+1)\dots(w+4)} - \frac{24}{(w+2)\dots(w+5)} \right)$$

$$N_{\leq -1} = 0 \text{ ; כשר}$$

$$+ \underbrace{N_{\leq N_w-1} \cdot \frac{24}{(N_w+1)(N_w+2)(N_w+3)}}_{O(1/N^3)} = O(1)$$



$$E\left(\frac{\text{כנסה פנימי}}{\text{האולף}}\right) = 96 \sum_{w=0}^{N_w} \frac{N_{\leq w}}{(w+1)(w+2)\dots(w+5)} + O(1)$$

$$E(\text{כפרה הולג'ט}) = O\left(\sum_{\omega \leq w} \frac{N_{\leq \omega}}{\omega^5}\right) + O\left(\sum_{\omega \leq w} \frac{N_{\leq \omega}}{\omega^4}\right)$$

המספר $N_{\leq w}$ (המספר של R)

כפרה המצב אחריו R הוק' העונה, כפי' נק' גיטרה סיוון ב'ג' כהסתמח p .
 (מס' של הקטור R : מספר הפרקים של הקטור $\geq 3k-6$ סגורא' צ'ה $3np$)

- מסור כפרה ונסא' מה ההסתמח להפסד' יהיה כפרה של הקטור שלט.

$$\text{מספר הפרקים} = \sum_{k \geq 0} P(\text{כפרה מסוג קטור R של k}) = \sum_{k \geq 0} N_k \cdot P(\text{הסתמח כפרה מסוג R זכופס' קטור של k}) = \sum_{k \geq 0} N_k \cdot P(\text{זכופס' קטור של R מסוג k או מסוג R מסוג k או מסוג R מסוג k או מסוג R מסוג k}) =$$

$$\sum_{k \geq 0} N_k \cdot p^4 \cdot (1-p)^k \geq p^4 \sum_{k=0}^w (1-p)^k N_k \geq \frac{p^4 (1-p)^w}{p^4 (1-p)^w} \sum_{k=0}^w N_k = p^4 (1-p)^w N_{\leq w}$$

$$N_{\leq w} \leq \frac{34p}{p^4 (1-p)^w} = \frac{34}{p^3 (1-p)^w} \approx \frac{34}{\frac{1}{w^3} (\frac{1}{e})} \approx 3e (nw^3) = O(nw^3)$$

(מסור: $p = \frac{1}{w}$, וננה: $w \neq 1, w \neq 0$)
 $(w=1 \text{ או } w=0 \text{ מסוג } R)$
 מסור: $p = \frac{1}{2}$

(זכור: $(1 - \frac{1}{w})^w \sim \frac{1}{e}$)

* המסור הז' מסוג אחר מסוגים. סגור, צ' מסור מסוג.

(מסור אחרת ונז'ים א' המס' מסוגו)

$$E(\text{כפרה הולג'ט}) = O\left(\sum_{\omega \geq 1} \frac{n\omega^3}{\omega^5}\right) + O\left(\sum_{\omega \geq 1} \frac{n\omega^3}{\omega^4}\right) =$$

$$O(n) \cdot \sum_{\omega=1}^{n-1} \frac{1}{\omega^2} + O(n) \cdot \sum_{\omega=1}^{n-1} \frac{1}{\omega} =$$

$$O(n) + O(n \log n) = O(n \log n)$$

* חס'ת: כאלפונג' ר' כ'טן $O(n \log n)$

כמה מס' של הכניקה & סכניקה צ' נקראו clarkson-shar מש' 89.
 כ' הנג'ה הז'ה ע'א משמש כמס' כ'ז' כסיאוסריה.
 ה' מס' א' אוקוס' (קוק'ג) וקונפוסוציו' (כרבי'ם).
 כאשר כ' קונפוסוציו' מסדר' ע' d (d=4) אוקוס' פ'.
 זכ' קונפוסוציו' י' מס' w - מס' האוקוס' ש'נצ'וס איה' קונפוס'.

כ'ע' צ'כוס' ו' מס' קונפוסוציו' כ'ס'ק' $\geq w$.
 ע'נו צ'ז' ע' המצב אחריו R - כאשר כ' ד'ס'נו אוקוס' כ'מס'ר' $\frac{1}{w}$
 (המס'נו ע' מס' קונפוסוציו' ש'מס'ר' כ' R כ'ס'ק' 0.
 נקרא' מס'ס' מה $E(N_0(R))$ א' נ'כ' ע'ס'ס' ו'ו'ו' א'י' נ'כ' ע'מ'ס'ס' כ'ו' ס'יו'ן המס'.

$$E(N_0(R)) = \sum_k p^d (1-p)^k \geq p^d \sum_{k=0}^w (1-p)^k N_k \geq \frac{p^d (1-p)^w}{(1/e)} N_{\leq w} \Rightarrow N_{\leq w} = O(w^d E(N_0(R)))$$

$$N_{\leq w} = O(w^d \cdot N_0(\frac{w}{w_0})) \quad \text{for } w \leq R \text{ (fixed)}$$

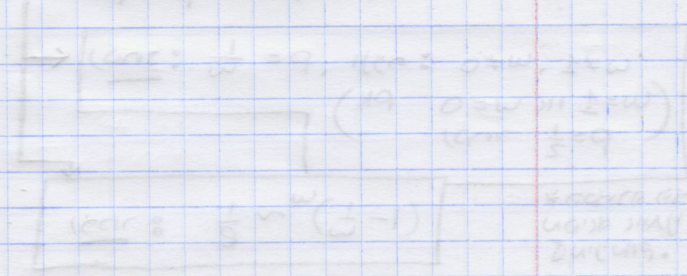
$d=4$ (dimension)
 w_0 (constant)

$$w^4 \cdot \frac{1}{w} = w^3$$

$$= \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} 1 \right) \cdot \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$

$$= \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}}}$$

$$= \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$



... (faint text)

$$= \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$

$$= \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$

$$= \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$

... (faint text)

... (faint text)

... (faint text)

... (faint text)

$$E(\text{point}) = \sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq w \\ a_i \in \mathbb{Z}}} \left(\sum_{\substack{a_1^2 + \dots + a_d^2 \leq \frac{w}{w_0}} \right)$$