

עם \$e\$ - crossing
 \$c-1\$ \$c'\$ \$e\$ crossing
 \$e-1\$ \$e'\$ crossing

אם נגדלים את המסלול, נמלא את הפתוחה שמתחת לה.

אם \$n\$ יש לנו קטעים עם \$n\$ שהם קטעים קטנים \$\Leftarrow O(n^2)\$ זמן.

אם נבנה שם הפתוחה הקטנה היא \$k\$ של הקטעים \$k-n\$
 אז מקבלים ~~\$O(n-k)\$~~ זמן ופני מן \$n\$ או שזמן.

partition Techniques - cuttings

נניח שיש \$n = p\$ נק' המישור.

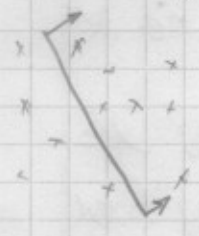
האזים למשל עזבו מקום עכ' הנק' נמנים כפי למשל של range queries
 כאשר אלו מרכיבים של halfplane או triangle queries.



הצגה 15!

Simplicial partitions: (partitions) של מישורים

יש לנו \$P\$ של range search עם זמן \$O(\sqrt{n})\$ מישורים של halfspace range searching



קב' \$P : n\$ נק' - \$\mathbb{R}^d\$
 האזים של \$PP\$ עכ' הנק' המישורים של
 counting מישורים של מישורים.

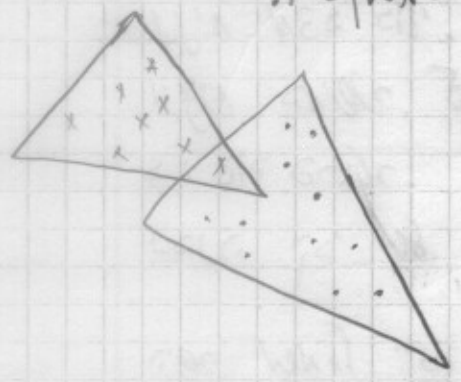
אמרוקן של Tradeoff \$\approx\$ Storage/Query

כמהי בעיית נזירה. $S(n) = O(n)$. אבל יש כמה אוסצילציות:

$O(\log n) - Q(2)$ $O(n)$ storage (P)
 $\approx O(n^4) - S$ $O(n^{1/2})$ query

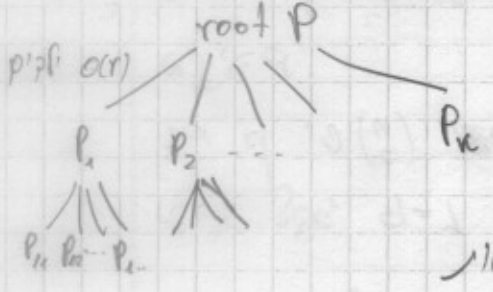
העניין הוא פה \rightarrow cuttings, קצת יותר מזה. (1) יותר קשה.
 בעצמים אלו יש פה בעיה פשוטה, דמיון: אם $n \leq S \leq n^d$ אז שאלה: $\approx \frac{n}{S^{1/d}}$

אם n , P , P_1, P_2, \dots, P_k , ופירוק $n < r$, אז ניתן לחלק P ל- δ קבוצות Δ .
 P_i ופירוק $\frac{n}{r} \geq P_i$. אולם מסתפקים בשינוי Δ .
 כך שכל הפירוקים אובדן $O(r^{1-\delta})$ סימפלקסים.



אם r יהיה n אז נבחר δ כזה ש- $O(r^{1-\delta}) = O(n^{1-\delta})$.
 אם n או n מלאים לפני, אז נבחר r ונחלק.
 פה קי קשה. עמדה? הבה נראה.
 נניח עובדה $\delta - r$ קבוע.
 נניח n או n מלאים לפני. וקנה $O(n)$ או קבוצות.

ניצור עץ חלוקה (partition-tree).



עושים זאת יתחסיביו עם שפתים.
 מה חלקה באופן קבוע, או אופייני $\frac{n}{r}$.
 כמה זיכרון נשאר? $\log n$ - כן כמה יש לו.
 כל הנה.

אם שואל את זיכרון של n או סימפלקסים של חלוקה, נניח החלוקה.
 (שמותיים או האופן של P קבוע).
 כל הפירוקים הנכונים מלאים עישר שאלו.
 אנשים n \rightarrow count גוי לוקים של P .



אנחנו שואלים אנחנו, וכל אוכלוסייתם, זיכרון $\log n$, קבוע, קבוע, קבוע, קבוע.
 אז אם $O(n) - Q(n)$ query.

$$Q(n) = c(n) + ar^{1-\delta} Q(\frac{n}{r})$$

$$\Rightarrow Q(n) = O(n^{1+\frac{1}{\delta}+\epsilon}) \quad \forall \epsilon > 0$$

כדי להוכיח את האינז'קציה $\mu \leq \epsilon$ נאן אמרנו שהיא הנחיה.

$$ar^{1-d} \left(\frac{n}{r}\right)^{1-d\epsilon} \rightarrow \frac{a}{r\epsilon} < 1$$

בה זכור שהיקף האלף אופן אם \rightarrow ranges הם סימפלקסים (לא חזאי לילורים) ואפילו הם זכרה קלמה. ויש גם קלמה, נצט' אתה'ים קלמה'ים.

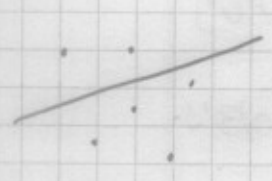


אם r הוא קבוע, צייק מה פה'ים וסימפלי'ים...

אוקי". אז מה הבנתי?

נניח מצב כלי. כנול יזכור אם זנ' לא במצב כלי, אך * יסבקי. ונניח במישור. סמנטי'ם אבנה'ים - נניח אחרים. s : מה פה'ים.

נבנה קב' של ישרים המצב'ים אג"ס הישרים הופשו"ם."



הישר למטה יצא אג"ס הישרים שנמצאים בין 2 הנק' 8-4 הנק' הומרה. נק' = מסמטי'ם, ואג הישר נניח כן אוב'ים בינ'יהם.

אם n יש $\binom{n}{2}$ זכר מסמטי'ם של ישרים. או $\binom{n}{2}$ ישרים. נקרא לקב' $L = |L|$ * $M = \binom{n}{2}$.

הצורה הבא'ים: א ישרים קולוליים זנ' של P . נבחר נק' אמר אמר פאה של P

נבנה $\frac{1}{5}$ -cutting (בפ'מאלי!) של $A(L)$. \leftarrow (צ'ס) מוש'ים, כ'א נצנה $\frac{M}{5}$ ישרים

נבחר ישרים s כך $\#$ המוש'ים = r .

כל מוש'ם אמר בממוצע $\frac{n}{r}$ נק'. עסן עפ' שלק היוני'ם, קיים מוש'ם המכיל * מסמטי'ם נק'. נקרא Δ אג הקבוצה גביה P_1 אמר מסמטי'ם $\frac{n}{r}$ נק'.

נניח אג הנק' של P_1 , נשמ n , Δ , P_1 ונשי'ק מההמלה.

כנ' לקב' $\binom{n}{2}$ צייק כנ'יה קב' ישרי' אמר.

לג'ו שגנו מסגלים על ס השוליים של ה cutting בגור ה-partition
במצב זה לא באו של שוליים אלא כמה של נק'. ואולי ולקס מסגלים
הרה ולקס מה מעל.

ככל אכן, לקטים כ-ר ולקס. וכמה שוליים מצו ע'י ישר
באשר? $s = r - \sqrt{\dots}$ כי ה zone של s^2 שוליים ע'י ישרים הוליים

← ס ישר מצה (רד) שוליים.

אק"י אכל שוב, יגבן בשוליים יש הוון מצ נק', יוגר מ- $\frac{n}{2}$. צריך לחלק
ואם עדימה גר שוליים, ואל ככה לא ניתן לומר שישר מצה ק
▲ (רד) שוליים.

כ-ד מ'נקים pd לבנה cutting- $\frac{1}{s}$, ושל $r = o(s^d)$ pd $s = r^{1/d}$
והיה מ'שר מצה $s^d \sim$ סמפוקים (שוב, בגיל) (ה Zone Theorem)
וצה בקוק $(\frac{1}{s})^d$.

הציק האקסרה מכאן שזה יחבוק

אמון נכבדי קצת מ- Δ, P, N .

נמן שקלים ע'ישרים של L . בוגרה עכוס יש שקל 1.

ככל צעה, מסגלים על ה- L של השקלים וכולים cutting- $\frac{1}{s}$ של השקלים.
לג'ו השקלים הם (w_1, w_2, \dots, w_n) . אז אם השקל i הוא s , נמלכ עליו כגור
5 ישרים. כאילו הם s נגב ע'י השר

ס שוליים של ה cutting מצה ע'י ישרים של השקל w_i
 $w(L) = w(w_i) + \dots + w(w_n)$

אמ'י שנתה מ- Δ, P , נכפ'ו אל השקל של ס ישר הוליים מ- Δ .

למחר i צעדים, האכל של P הוא $n - \frac{n_i}{r}$.

נמש באמ s של סמפוק של P יורג מנג ע'י שקל של $\frac{n}{2}$.

נמיל מ- r כ- $\frac{n}{2}$ ושר.

אבל גיק יוצים שישר לא מצה יש מני שוליים? כמן יש ולק ישר.

נניח שהן 'וקע' פ שבו a, b, c אובס פס הי"ח דרס שלוליים.

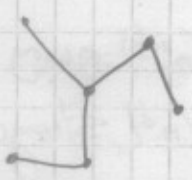
ואז כשר במקום לקרר קצ'תו ינק'תו ינק'תו $\frac{1}{2}$ cutting לכן $A(p^*)$ שו
הישרים הנק'תוים האלו $> \frac{n}{2}$.

2- Worst Case מקב'ים כ- \sqrt{n} . אם יוקר מהו לשהו.

אפשר גם לקרר $\log n$ ישרים ואז כה יוק' ... בהוס'ט' אב'תו (E-net) ואז קראו
שזה י'ה'ה cutting (בהוס'ט' אב'תו).
ואז L_0 י'ה'ה 'ל'ו אלו אלו אלו אינ'ר אלו. אג'ין ת'ק'ט' $\leq k$

אז' י'ש אלו ל' range Searching. שר אש'ת' ק'אב'ת' אלו.

Spanning Tree with low Crossing Number



P: קב' שו n נק'
י'צ'ים אלו P_1, P_2, \dots, P_r
כק שבו ישר אלו (מ'ת'ם ק'מ'ט'
ש' P_i .

במ'ר Simplicial Partition $r = cn$: $P \rightarrow P_1, P_2, \dots, P_r$
ש' P_i כ'ת' $\frac{n}{r} = \frac{1}{c}$ (מ'ת'ם)
ישר אלו ש' הי"ח $\alpha(\sqrt{n}) = \alpha(\sqrt{r})$ אש'ת'ם



נ'ת'ק' כ'ת' אלו ש' נק'. נש'ת' נק' ו'ת' אש'ת'ם
נק'ת' $2cn > \frac{n}{2}$.
ו'ת'ש'ת'ים ק'ת'ר'ס'ת'ו, א'ל'ת'ים אלו א'צ'ים ה'ת'ר'ש'ים ק'ת'ק'
ה'ת'ק' ש'ת'ת'ו.

אז מה \rightarrow crossing num. ?

ש' ישר י'צ'ת' (מ'ת'ם אש'ת'ם). ב'ת'ק' ש' אש'ת'ם אש'ת'ם ק'ת'ק' ש' ישרים, כ' אלו ה'ת'ק'
ש'ת'ן, ס'ת'ת' אש'ת'ם ש' ה'ת'ק' ב'ת'ק' ה'ת'ר'ש'ים. הישר אש'ת'ם י'צ'ת' כ'ת' ק'ת'ק' ש' ה'ת'ק'
ה'ת'ק' ה'ת'ר'ש'ים $\rightarrow \alpha(\sqrt{n})$

פנולוגיה מילון למסר cuttings במרחקים גדולים

כיצד עשנו cuttings במרחקים גדולים, עם למטרם עקבאל"ם.

עשנו, סביבת \mathbb{R}^3 .

(ואז נבחר את המסלול של המסלול - Unit dist. $\rightarrow \mathbb{R}^3$)

עם n נק' \mathbb{R}^3 , כמה צינור' הם במרחק 1 .

נצ"ר סביבה במרחק 1 סביב כל נק'.



רובים פנולוגיק אוטו מילון בין n נק' n .

כללי' מילון.

במילון היה לנו או crossing Lemma מילון שיקט, אבל היה לנו

לפי את כל העניין עם ה-cuttings.

רובים לבנו $\frac{1}{2}$ -cutting עמנו n כללי' מילון.

עשנו כמה בעבר $n-2$ שלבים. נסמנו עמנו עמנו 1 .

עשנו רובים גדולים קבועים...

במסלול של קבוע, איך לבנו את המילון של n כללי' מילון עמנו n מילון

מסיבילי קבוע.

המילון הוא מילון של המילון המילון.

יש מילון של כללי' n או יכול להיות מסלול למילון.

נסמנו עמנו n או n קבוע עמנו המילון של n (עמנו)

כאלו equators של המילון.

עשנו קבוע, נצ"ר ולנו מילון ^{מילון} (מילון) עמנו n מילון מילון מילון

אלו מילון מילון.

נקטו מילון, כמילון המילון עמנו n או n מילון עמנו מילון.

מילון עמנו n , נבנו n מילון מילון.

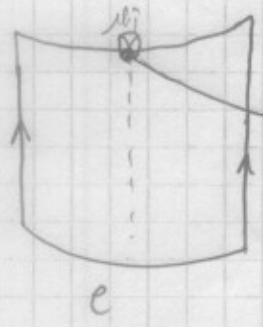
ואז מילון מילון, מילון מילון. יש מילון מילון

מילון מילון. מילון מילון.



אבל כמה גלים נקבל? עזר דיוק כמה גג מאים?
 החלק השני מה שיש (כפי שהלוקה הן עם הפאזה) כי זה פאזונטיאלי
 כמה הקוקליים.

כמה קוקליים נקבל? יגבנו קוקליים מקליים, מספים (3r) סם
 השלכה כמה יקרה שיליון שבו למטה ויליון למטה "פסלו".



קוקלי
 באמצע המטלה
 של הקוקליים הנמצא
 של הספינת עם היליון
 e של

מטלה עם קשר כמותי, שמעניי הירחאן ויליון.
 נאכיב זה "גבן" 4

יש זה מקלמט. ס גזל מרמק
 עם הימור ≥ 5 נג'.

← כמה של כאלו breknpoints היא $O(\lambda_{s+2}(r))$.

$$\Rightarrow O(r^2) \cdot O(\lambda_{s+2}(r)) = O(r^2 \lambda_{s+2}(r)) \sim r^3$$

כל הסיבות של vertical decomposition

באימנים אב/היים, זה כבר הרבה יותר מאיך עם ויליון הקואסיביים ממ'אק
 ס'מ'אק.

$$\approx r^{3/2+\epsilon}$$

לכל הסיבות עכזיה של ארבעים היא