

תרגיל בית מס' 11 באנליזה

① רכיב $\delta: \mathbb{S}^1 \rightarrow X$ מסלול סגור הולך כ' :
 δ הומטופי לאבס \Leftrightarrow המסלול $\delta: I \rightarrow X$ הומטופי ל
 ע"י $\delta_{\pm}(s) = \delta(e^{\pm \pi i} s)$ ק הומטופיות.

② אילו מתרחבים הבאים פשוטי-קשר:
 א. X פשוט, עם אנליזה דיסקרטי ($\Omega = 2^X$)
 ב. X פשוט, עם אנליזה טופולוגית ($\Omega = \{\emptyset, X\}$)
 ג. $X \subseteq \mathbb{R}^n$ מרחב טופולוגי, פשוט: קיימת $x_0 \in X$ כך לכל $y \in X$
 יש קטע מחבר x_0 ל- y . [פשוט, $X = \{t \cdot x_0 + (1-t)y \mid t \in [0,1]\}$]

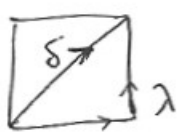
③ יהי $X = U \cup V$, כאשר U, V פתוחים ב- X , וכן X קשר מסלול
 הוכח כי הפוך:

א. U, V פשוטים קשר $\Leftrightarrow U \cup V$ פשוט קשר
 ב. U, V פשוטים קשר $\Leftrightarrow X = U \cup V$ פשוט קשר
 ו- U, V קשרים מסלוליים

ג. U, V פשוטים קשר $\Leftrightarrow U, V$ פשוטים קשר

מש: הוכחו קודם שגם $\delta: I \rightarrow U \cup V$ מסלול, אז קיימת חלוקה של I
 לרקעים קטנים $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1$ כך $\delta: [x_i, x_{i+1}] \rightarrow U$ או V
 כל $\delta: [x_i, x_{i+1}] \rightarrow U$ או V

④ הוכח שהמסלול הבא ב- $I \times I$ הומטופי ל:



$\lambda: I \rightarrow I \times I$

$\delta: I \rightarrow I \times I$
 $\delta(s) = (s, s)$

$$\lambda(s) = \begin{cases} (2s, 0), & 0 \leq s \leq \frac{1}{2} \\ (1, 2s-1), & \frac{1}{2} \leq s \leq 1 \end{cases}$$