

### טופולוגיה - תרגיל מס 3

① היא שמתקיים: (א)  $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$ , (ב)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$   
 הן דומות לכך שההפך ב-(א) חריפה (אין מניין).

② יהי  $(\mathbb{R}, \Sigma)$  הטופולוגיה של "השי העשירי", הנוצרת מהבסיס  
 $\Sigma = \{ [a, b) : a < b, a, b \in \mathbb{R} \}$   
 $\exists N$  הטופולוגיה  $\tau$  אך הקבוצת הבאלה המפורש:  
 א.  $\text{cl } N = \overline{N}$  ב.  $\text{Int}(0, 1)$  ג.  $[0, 1]$

③ (א) הוכח שאם  $B \subset A \subset X$ , אז  $\text{cl}_A B = (\text{cl}_X B) \cap A$   
 כאן  $\text{cl}_A B$  הוא הסגור של  $B$  בטופולוגיה של  $A$  (מושיגת מ- $X$ )  
 $\text{cl}_X B$  הוא סגור של  $B$  ב- $X$ .  
 (ב) האם נכון ש-  $\text{Int}_A B = \text{Int}_X B \cap A$ ?

④ א. הוכח שאחוז סופי של קבוצות דלילות הוא קבוצה דלילה.  
 ב. האם אחוז שלם של קבוצות צפופות הוא קבוצה צפופה?  
 ג. האם חיתוך שלם של קבוצות צפופות הוא קבוצה צפופה?  
 ד. הוכח שאם  $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$  פתוחות וצפופות, אז  $\mathcal{G}_1 \cap \mathcal{G}_2$  צפופה.

⑤ תהי  $f: X \rightarrow Y$  פונקציה רציפה ועל בן מרחבים טופולוגיים,  
 $A \subset X$  צפופה, הוכח ש-  $f(A)$  צפופה ב- $Y$ .

מהצפחה!