

סטטיסטיקה אפרמטרית

מבוא

בבעיות רבות השיטות האפרמטריות לניתוח נתוני מחקר עדיפות על השיטות הפרמטריות המקובלות. ראשית, לעתים קרובות ההנחות המתחייבות עבור שימוש בשיטות הפרמטריות (המתאימות למודלים נורמלים) אינן מתקיימות. נוסף על כך, במקרים רבים אנו מוצאים שהעוצמה של המבחנים המקובלים עבור מודלים נורמלים היא יחסית נמוכה, בהשוואה לשיטה האפרמטרית המתאימה. חשוב להכיר את השיטות האפרמטריות, שהן מאוד מקובלות ונמצאות בשימוש רב בניתוחים סטטיסטיים של נתוני מחקר. רוב המבחנים האפרמטריים מאופיינים בפשטותם, בהעדף צורך בחישובים מסובכים, וכמו כן, הם מהווים מקור רב השראה להיכרות של הקורא עם החשיבה המקורית והייחודית של סטטיסטיקאים ועם רעיונות סטטיסטיים מעניינים ויפים לפתרון בעיות.

בספר זה מוצגות רק השיטות האפרמטריות המקובלות ביותר, באופן שיתאים כספר לימוד (text book) לקורס של סמסטר אחד בן שלוש שעות שבועיות, לפי ניסיוני בהוראת קורס כזה במשך שנים רבות בחוג לסטטיסטיקה וחקר ביצועים באוניברסיטת תל אביב. הספר מתאים לתלמידים הלומדים סטטיסטיקה כחוג ראשי או משני, אולם גם לתלמידים בחוגים אחרים, אשר למדו רק קורס אלמנטרי במבוא לסטטיסטיקה ולומדים שיטות אפרמטריות כקורס נפרד או כחלק מקורס בסטטיסטיקה.

הספר יכול להועיל לחוקרים שמתמשים בעבודתם בשיטות אפרמטריות. ניסיתי להביא כאן את צורת השימוש והסקת המסקנות בצורה פשוטה וברורה לקוראים. נושאים מסוימים וכן הנמקות או הוכחות ברמה גבוהה יותר, שעליהן ניתן לדלג, מסומנות בכוכבית. בנוסף, חלק מן ההוכחות מובאות בנספח, כדי לא להעמיס על הקוראים במהלך השוטף של הלימוד.

מבחינה טכנית של הבאת החומר, הנוסחאות מסומנות במספרים סידוריים בכל פרק בנפרד. בעת התייחסות בטקסט לנוסחה מפרק שונה מזה שבו אנו נמצאים, אנו מצביעים על הפרק המתאים. כשאין אזכור של פרק אחר, הכוונה היא לנוסחה באותו פרק.

הספר אינו מתיימר לכלול את כל השיטות האפרמטריות שפותחו ופורסמו עד עתה, והן רבות מאוד, ולכן גם לא הבאנו רשימה גדולה של מקורות. רשימת המקורות כוללת את

העבודות הראשונות שפורסמו בנושאים שעליהם אנו מדווחים בספר. פרסומים אלה הם, למעשה, העבודות הראשונות שפורסמו בשיטות אפרמטריות, והם מציגים את ראשוני המדענים שעבדו בנושאים אלה.

הפרק הראשון בספר הוא הקדמה ובו אנו מציגים את המושגים הקשורים בהסקה סטטיסטית, וכן את ההגדרה של שיטה אפרמטרית. בפרקים הבאים מובאות השיטות האפרמטריות המתאימות לבעיות מחקר שונות. במידת האפשר (כפונקציה של הרמה המתמטית הנדרשת לפתרון) השתדלנו להביא גם חישובי עוצמה של המבחנים, לפחות בקירוב. זאת, כדי לאפשר לחוקר לקבוע סדר גודל של מספר התצפיות שתידרשנה כדי שהמחקר יהיה יעיל. לא הבאנו כאן מבחני חי־בריבוע עבור לוחות שכיחות. נושא זה מוצג כמעט בכל ספר של מבוא לסטטיסטיקה והוא מובא באופן מאוד מפורט ובהיר בספר "מבוא להסתברות וסטטיסטיקה: הסקה סטטיסטית" שכתבתי עם עמיתתי תלמה לויתן, המיועד לתלמידי כלכלה (רביב ולויתן, 2000).

בסוף כל פרק הבאנו אוסף של תרגילים, ובסוף הספר נמצאות תשובות לחלקם הגדול. בספר הבאנו טבלאות של התפלגויות הסטטיסטיות היותר מקובלים ושימושיים המוצגים בספר. טבלאות נוספות ניתן למצוא בספרים רבים המוקדשים לשיטות אפרמטריות כמו, למשל, Lehmann, 1975; Conover, 1980; או Hollander and Wolfe, 1975. לגבי כל השיטות המוצגות בספר זה ישנם קירובים טובים מאוד של ההסתברויות הדרושות, שבהם ניתן להסתפק ברוב המקרים.

אני מבקשת להודות לחוג לסטטיסטיקה וחקר ביצועים בבית הספר למדעי המתמטיקה באוניברסיטת תל אביב על העזרה הרבה בהכנת הספר. כמו כן אני מודה לעמיתי, לד"ר תלמה לויתן, שעברה על חלק מן הפרקים והעירה הערות חשובות ולפרופ' יואב בנימיני על ההערות והעידוד. תודתי נתונה גם לחברי החוקרים ד"ר יפה זינגר, ד"ר אריקה עמיר, ד"ר דורית ארם, פרופ' אבי שדה ופרופ' דניאל בר־טל, שהעמידו לרשותי נתונים שאספו במחקריהם, ובהם השתמשתי כדוגמאות וכתרגילי בית. כמו כן השתמשתי בנתונים מעבודות מחקר של הסטודנטיות ברכה בירן, עירית דר, שירן רזונבלט-שטיין, ועדנה שדה ואני מודה גם להן. בספר זה יש שימוש גם בנתונים ממחקרים שהגיעו לידי במשך זמן רב ולצערני לא הצלחתי לשחזר את מקורם. אני מתנצלת בזאת בפני כל אלה שלא הזכרתי את שמם ומודה להם מאוד. תודתי נתונה גם לתלמידי הקורס "שיטות אפרמטריות" בחוג לסטטיסטיקה באוניברסיטת תל אביב, בשנת תשס"ה, שעברו על הטיוטה הראשונה של הספר והעירו הערות מועילות. אחרון אחרון חביב, אני מודה מקרב לב לבעלי, עמירם, שללא תמיכתו ועידודו ספר זה לא היה רואה אור.

אלונה רביב

תוכן העניינים

1	פרק 1. מבוא להסקה סטטיסטית: מבחני תמורות	
9	תרגילים	
11	פרק 2. מבחן ווילקוקסון לשני מדגמים בלתי תלויים	
11	2.1 ההשערות בבעיית שני מדגמים	
12	2.2 המבחן של ווילקוקסון	
21	2.3 הקירוב הנורמלי להתפלגות W_s	
25	2.4 התיאוריה של המושג "גדול סטוכסטית"	
29	2.5 הסטטיסטי של מאן-וויטני	
32	2.6 בעיות של ערכי תיקו (תוצאות שוות בניסוי)	
44	2.7 עוצמת מבחן ווילקוקסון (מאן-וויטני)*	
61	2.8 רווח בר-סמך לפרמטר מיקום בבעיית שני מדגמים	
69	תרגילים	
75	פרק 3. מבחנים נוספים להשוואת שתי התפלגויות	
75	3.1 השוואת פיזורים (מבחן זיגל-טוקי, מבחן אנסרי-ברדלי)	
82	3.2 מבחן קולמוגורוב-סמירנוב	
94	3.3 מבחן החציון	
97	תרגילים	
101	פרק 4. מדגם מזווג	
102	4.1 מבחן הסימן	
106	4.2 בעיות של ערכי תיקו במבחן הסימן	
109	4.3 שימוש במבחן הסימן לבדיקה לגבי ערכי חלוקה שונים	
110	4.4 מבחן ווילקוקסון למדגם אחד	
120	4.5 בעיות של תיקו במבחן ווילקוקסון למדגם אחד	
	4.6 רווח בר-סמך לפרמטר מיקום במדגם מזווג על סמך	
122	הסטטיסטי של מבחן הסימן	
	4.7 רווח בר-סמך לפרמטר מיקום במדגם מזווג על סמך	
127	הסטטיסטי של ווילקוקסון	
133	4.8 עוצמת מבחן הסימן	
138	4.9 עוצמת מבחן ווילקוקסון למדגם מזווג*	
142	4.10 עוצמה מקורבת של מבחן t מזווג*	
146	תרגילים	

151	פרק 5. השוואת יותר משני מדגמים בלתי תלויים
152	5.1 מבחן קרוסקל-וואליס
161	5.2 השוואת מרובות
167	5.3 בעיות של ערכי תיקו במבחן קרוסקל-וואליס
171	5.4 מבחן יונקירי לאלטרנטיבה סדורה
174	תרגילים
177	פרק 6. מדדי קשר בין שני משתנים, מקדמי מתאם
178	6.1 מתאם הדרגות של ספירמן
188	6.2 המתאם של ספירמן כאשר ישנם ערכי תיקו
195	6.3 המתאם של קנדל
203	6.4 המתאם של קנדל כאשר ישנם ערכי תיקו
211	תרגילים
213	פרק 7. ניתוח דו-כיווני – בלוקים אקראיים
215	7.1 מבחן פרידמן
222	7.2 מקדם ההסכמה בין שופטים
225	7.3 בעיות של ערכי תיקו במבחן פרידמן
231	7.4 הקשר בין מקדם ההסכמה לבין מתאם הדרגות של ספירמן
234	7.5 מבחן פרידמן עבור שני טיפולים, הקשר למבחן הסימן
236	7.6 מבחן קוקרן
239	7.7 מבחן מקנמר
246	תרגילים
249	מקורות
251	תשובות לתרגילים נבחרים
	נספחים
255	השלמות והוכחות
275	טבלאות
287	מפתח