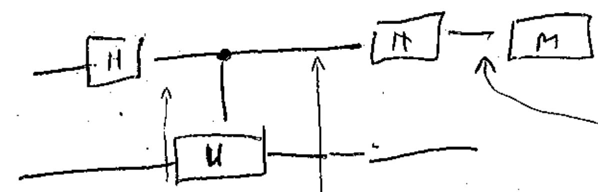
תרגיל 1

שאלה 1

נניח v ו"ע של U עם ע"ע λ.

$$\bar\lambda\cdot\lambda\langle v,v\rangle = \langle\lambda v,\lambda v\rangle = \langle Uv,Uv\rangle \underset{\text{U אוניטרי}}{=} \langle v,v\rangle$$

$\Leftarrow$ $\bar\lambda\cdot\lambda=1$, $|\lambda|^2=1$, $|\lambda|=1$.



$|v,0\rangle$

$|v,0\rangle+|v,1\rangle$

$\frac{1}{\sqrt2}\left[|v,0\rangle+\lambda|v,1\rangle\right] = |v\rangle\otimes\frac{1}{\sqrt2}\left[|0\rangle+\lambda|1\rangle\right]$

$$\frac12\left[|0\rangle+|1\rangle+\lambda|0\rangle-\lambda|1\rangle\right]$$

$$=\frac12\left[(1+\lambda)|0\rangle+(1-\lambda)|1\rangle\right]$$

$$pr(0)=\frac{|1+\lambda|^2}{4}=\frac{1+|\lambda|^2+(\lambda+\bar\lambda)}{4}=\frac{2+2\,Real(\lambda)}{4}=\frac{1+Real(\lambda)}{2}=\frac{1+\cos(2\pi\theta)}{2}=\frac{2\cos^2(\pi\theta)}{2}=\cos^2(\pi\theta)$$

$$pr(1)=\frac{|1-\lambda|^2}{4}=\frac{(1-\lambda)(1-\bar\lambda)}{4}=\frac{1-Real(\lambda)}{2}=\frac{1-\cos(2\pi\theta)}{2}=\sin^2(\pi\theta)$$

נריץ את המעגל הנ"ל T פעמים (על אותו v, ונקח T רגיסטרים שונים ל T התוצאות). שים לב שכיון v ו"ע, הוא תמיד במכפלה עם שאר המערכת.

נסמן ב X_i את תוצאת מה שקיבלנו בניסיון ה i

אז לכן: $pr(X_i=1)=\cos^2(\pi\theta)$, ו $X_1..X_T$ ב"ת

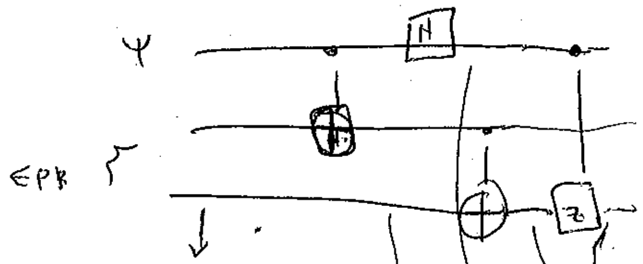
ולכן לפי צ'רנוף

$$pr\left(\left|\frac1T\sum_{i=1}^{T}X_i-\cos^2(\pi\theta)\right|>\delta\right)\le e^{-2T\delta^2}=\varepsilon$$

ואז $2T\delta^2=\ln\frac1\varepsilon$, $\boxed{T=\Omega\left(\frac{\ln\frac1\varepsilon}{\delta^2}\right)}$

תרגיל 2 – תקין מיצוי

תרגיל 3 – התקלות בבקה.



$(\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle)\otimes EPR$

$= \frac{\alpha}{\sqrt2}\left(|000\rangle+|011\rangle\right)+\frac{\beta}{\sqrt2}\left(|100\rangle+|111\rangle\right)$

$\frac{\alpha}{\sqrt2}\left(|000\rangle+|011\rangle\right)+\frac{\beta}{\sqrt2}\left(|110\rangle+|101\rangle\right)$

$\frac{\alpha}{2}\left(000+100+011+111\right)+\frac{\beta}{2}\left(010-110+001-101\right)$

$\frac{\alpha}{2}\left(000+100+010+110\right)+\frac{\beta}{2}\left(011-111+001-101\right)$

$\frac{\alpha}{2}\left(000+100+010+110\right)+\frac{\beta}{2}\left(011+111+001+101\right)$

$=\frac{1}{2}(00+10+01+11)\otimes(\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle) = \boxed{|+\rangle\otimes|+\rangle\otimes\varphi}$

<u>~~תרגיל~~ 4</u>: עבור אחד משפחה [illegible]
קבועים

~~[illegible] EPR~~ $\otimes$ ~~[illegible]~~ $\otimes$ ~~EPR~~ [illegible]

תרגיל 4

כדי לבדוק מה המצב המתקבל:

(1) הבנ' המצבת נכונה לכל (לפי שאלה 3)

״ , אז מקיימים את המכפלה הזו

ואז יש לנו.

עבור וקטורי מכפלה $|i\rangle\otimes|j\rangle$

$$|i\rangle\otimes EPR\otimes|j\rangle|EPR\rangle \xrightarrow[\text{לפי שאלה 2}]{} |+\rangle\otimes|+\rangle\otimes|i\rangle\otimes|+\rangle\otimes|+\rangle\otimes|j\rangle$$

ורק לפי לינאריות

$$\sum a_{ij}|i\rangle|EPR\rangle|j\rangle|EPR\rangle$$

$$\rightarrow \sum_{ij} a_{ij}|+,+,i\rangle|+,+,j\rangle$$

$$= |+\rangle_{①}\otimes|+\rangle_{②}\otimes|+\rangle_{③}\otimes|+\rangle_{④}\underbrace{\sum_{i,j} a_{ij}|i\rangle|j\rangle}_{\varphi}$$

ולכן אם אין מדידה בסוף מתקבל

רגיסטרים 3,6 במכפלה עם שאר המערכת ומקבלים φ.