

בחינה לדוגמה באלגברה ב' 1

המורה: מיכאל בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו פרט למחשבון

משך הבחינה: שלוש שעות

ענה על 4 שאלות (בלבד) מתוך 5 השאלות הבאות

1. תהי A חבורת- p אבלית סופית (חבורה p -פרימריית),

$$A \cong (\mathbb{Z}_{p^1})^{m_1} \oplus (\mathbb{Z}_{p^2})^{m_2} \oplus \dots \oplus (\mathbb{Z}_{p^k})^{m_k}$$

כאשר $m_i \geq 0$ ו $m_k > 0$. הוכח שהמספר k והמספרים m_i נקבעים באופן יחיד על-ידי A .2. תהי G חבורה מסדר 81. הראה שהסדר של המרכז $Z(G)$ של G לא שווה ל-27.3. (א) כמה חבורות אבליות (עד כדי איזומורפיזם) יש מסדר $98000 = 7^2 \cdot 5^3 \cdot 2^4$?

(ב) לכמה מתוכן יש תת-חבורה 5-סילוב ציקלית?

4. הוכח שהחבורה הסימטרית S_n נוצרת על-ידי התמורות $(1, 2)$ ו $(1, 2, \dots, n)$ (כלומר שתת-החבורה של S_n הנוצרת על-ידי שתי התמורות האלה היא כולה S_n).5. הוכח שכל חבורה מסדר $1225 = 5^2 \cdot 7^2$ היא אבלית.**בהצלחה!**