

בחינה במתמטיקה א' לכלכלנים

ד.גינזבורג, ז. סגל, י. סטאנצסקו

משך המבחן 3 שעות. פתרו 6 שאלות מתוך 7. ערך כל שאלה 17 נקודות. אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 12} - 4}{x + 2} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} x^{-2}(1 - x + e^{-x})$$

2. למיין את נקודות הקיצון המקומיות ולמצוא את האסימפטוטות של הפונקציה

$$y = \frac{-\sqrt{x} - \ln x}{\sqrt{x}}$$

3. למצוא את כל המספרים a כך שהפונקציה הבאה תהיה רציפה.

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)^{\frac{1}{x-4}}, & x > 4 \\ a, & x \leq 4 \end{cases}$$

4. להוכיח כי לכל $x \neq 0$ מתקיים האי-השוויון

$$-1 \leq \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} \leq 1$$

5. עבור אילו ערכים של a יש למשוואה $x^3 - 3ax + 2 = 0$ פתרון ממשי יחיד.

6. נתון כי $f(x)$ גזירה לכל x . נגדיר $g(x) = (f \circ f)(x)$. נניח כי

$f(1) = 2$; $f(2) = 3$; $f'(1) = f'(2) = 1$ וגם $f''(1) = f''(2) = -1$. לחשב את $g'(1)$ ואת $g''(1)$.

7. נתון כי $f(x)$ רציפה לכל x . נתון כי לכל x מתקים השוויון $f(x)f(f(x)) = 1$.
אם ידוע כי מתקיים $f(1000) = 999$, להוכיח כי קיים מספר a כך שמתקיים
 $f(a) = 500$.

בהצלחה!