

סמסטר א' תשע"ג - מועד ב'
תאריך הבחינה: 1.3.13
משך הבחינה: 3 שעות ללא חומר עזר

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעי החברה
ביה"ס לכלכלה ע"ש איתן ברגלס

מתמטיקה לכלכלנים א' – מועד ב'

י. סטאניסקו, ל. דוראל, י. יגר, א. נוסבוים

הנחיות כלליות: משך המבחן 3 שעות. פתרו 6 מתוך 7 השאלות הבאות. ערך כל שאלה 17 נקודות.
אין להשתמש בשום חומר עזר, לרבות מחשבון.

הגישו את השאלות במחברות כדלקמן:

מחברת א: שאלות 1,2,3,4. מחברת ב: שאלה 5. מחברת ג: שאלה 6. מחברת ד: שאלה 7.

בהצלחה!

שאלה 1. הוכיחו ישירות ע"פ הגדרת מושג הגבול (במונחי ε, δ) כי מתקיים $\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 3) = 22$.

שאלה 2. יהי $0 < a$. חשבו באופן מלא ומפורט את הגבולות הבאים

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{a^x + 2a^{-x}}{a^x + 3a^{-x}} \right), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x^5} \right)^{2x^5}$$

שאלה 3. נתונה פונקציה $y = f(x)$. מניחים שהיא חיובית וגזירה בכל נקודה $x \in \mathbb{R}$. הוכיחו בעזרת הגדרת מושג הנגזרת ש-

$$\frac{d}{dx} \sqrt{f^3(x)} = \left(\sqrt{f^3(x)} \right)' = \frac{3}{2} \sqrt{f(x)} f'(x)$$

רמז: $u^3 - v^3 = (u - v)(u^2 + uv + v^2)$.

שאלה 4. נתון כי $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{(\frac{1}{x})} < f(x) < (3^x + 4^x)^{(\frac{1}{x})}$. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))$.

שאלה 5. הוכיחו כי אם $8a > 3b^2$ אזי ל- $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2$ לכל היותר שני שורשים שונים.

שאלה 6. יהיו $a \neq b$ פרמטרים קבועים. נתון שלפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 14x + 49}{(x-a)(x-b)}$ קיימת אסימפטוטה

אנכית אחת ויחידה, ושאסימפטוטה זו מתקבלת בנקודה $x_0 = a$. (א) מה ניתן להסיק אודות הפרמטרים a, b ? (ב) בהסתמך על סעיף א', חקרו את הפונקציה ושרטטו אותה בהנחה ש- $a > b$.

שאלה 7. הוכיחו כי $(4b^4 - 3\ln a) + (3\ln b - 4a^4) \geq 8(b - a)$ לכל $0 < a < b$.