

מבחן מסכם - תשע"ב - סמסטר א' - מועד בי 2012. 9.3

מתמטיקה לכלכלנים א'

טל עזר הלל, מוחזב אלונה, קפלן דבורה, אסף נוסבוים

הנחיות כלליות:

משך המבחן 3 שעות. פתרו 6 מתוך 7 השאלות הבאות. אם תענו על יותר מ-6 שאלות ייבדקו רק את 6 השאלות הראשונות. ערך כל שאלה 17 נקודות. אין להשתמש בשום חומר עזר, לרבות מחשבון.

שאלה 1. נתונה הפונקציה:

$$f(x) = \begin{cases} a + x^3 \ln x & (x > 0) \\ \frac{e^{2x^2} - 1}{x^2} & (x < 0) \\ b + a & (x = 0) \end{cases}$$

מצאו את ערכם של הפרמטרים a ו- b , אם ידוע כי f רציפה בנקודה $x_0 = 0$.

שאלה 2.

נתונה פונקציה f המקיימת: $|f(x)| \leq |x-2|$ לכל $x \in \mathbb{R}$.

(א) הוכיחו שאם f מקיימת ש $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^5} = 1$, אזי f היא גזירה ב $x_0 = 2$.

(ב) תנו דוגמה של פונקציה f המקיימת את חתנאי $|f(x)| \leq |x-2|$ לכל $x \in \mathbb{R}$ אבל היא לא גזירה בנקודה $x_0 = 2$. (נמקו את תשובתכם).

שאלה 3.

נתונה הפונקציה $f(x) = ax + bx^2$. ידוע שהישר המשיק לגרף בנקודה $x_0 = 1$ הוא מקביל לישר $y = 5x - 2$. מצאו את כל הערכים של a ו- b המתאימים לנתון, ומצאו את הישר המשיק עבור $x_0 = 1$.

שאלה 4.

הוכיחו כי לכל $1 \leq a < b$ מתקיים: $\frac{2^{b^3} - 3b - 2^{a^3} + 3a}{3} > (2 \ln 2 - 1)(b - a)$.

שאלה 5.

נתונה פונקציה $y(x)$ גזירה לכל x המוגדרת בצורה סתומה לפי המשוואה: $4y^3 + 9y = 6x^2 - 5$. מצאו את הנגזרת שלה והוכיחו שבנקודת $x_0 = 0$ יש לה מינימום (מוחלט).

שאלה 6: הוכיחו שלכל $x \geq 0$ מתקיים: $ex^2 \leq e^{x^2}$.

שאלה 7: עבור אלו ערכי A ו- B מתקיים $\lim_{x \rightarrow \infty} ((3^x - 5x)^{1/x} - Ax - B) = 0$!

בהצלחה!