

סמסטר א' תשס"ו, מועד א'  
תאריך הבחינה: 06.2.2006  
שעה: 09:00  
משך הבחינה: 4 שעות  
חומר עזר: אסור מחשבון: אסור  
מספר הקורס: 1011.1110

אוניברסיטת תל-אביב  
הפקולטה למדעי החברה  
ביה"ס לכלכלה

## מתימטיקה לכלכלנים א'

### הנחיות:

- יש לקרוא בעיון את השאלות.
- בטופס הבחינה יש לרשום תשובות סופיות בלבד. במחברת הבחינה יש לרשום תשובות מלאות, מפורטות ומנומקות.
- הבחינה מחולקת לשני חלקים:  
חלק א': יש לענות על 4 שאלות בלבד מתוך 5 השאלות, ערך כל שאלה הוא 25 נקודות.
- חלק ב' (בונוס): ערך השאלה הוא 10 נקודות.
- בכל שאלה מספר סעיפים. אין בהכרח קשר בין הסעיפים השונים באותה שאלה.
- תשובה לכל שאלה יש להתחיל בראש עמוד חדש.**
- תשובה לכל סעיף יש להתחיל בראש עמוד חדש.**
- אין להשתמש בכל חומר עזר שהוא. אין להשתמש במחשבון.
- יש לכתוב בעט בלבד.
- הציון המירבי בבחינה הוא 100.

## חלק א

### שאלה 1

$$f(x) = \frac{|x+1|}{x-1}$$

נתונה הפונקציה

(בשאלה זו כל הסעיפים מתייחסים לפונקציה זו).

חקור/חקרי את הפונקציה  $f$  לפי הסעיפים הבאים:

- תחום הגדרה.
- תחומי רציפות של  $f$ , נקודות אי רציפות של  $f$ .
- חישוב  $f'$ , תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון מקומי.
- חישוב  $f''$ , תחומי קמירות וקעירות, נקודות פיתול.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות.
- שרטוט גרף הפונקציה.
- קבע/י אם לפונקציה  $f$  יש מקסימום ומינימום מוחלטים. אם כן, מהם ערכי המקסימום והמינימום המוחלטים ובאיזה נקודות הם מתקבלים?

## שאלה 2

א. חשבו את הגבולות הבאים במידה והם קיימים, אחרת נמקו מדוע הם אינם קיימים:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - x}{\ln(1+x^2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\ln(x^6)+5x}}{x}$$

ב. האם הפונקציה  $f(x) = |x|^3$  גזירה ב-  $x=0$ ? אם לא נמקו אחרת חשבו את הנגזרת בנקודה זו.

## שאלה 3

א. מצאו את מספר הפתרונות של המשוואה הבאה:  $1+x^2 = e^{-x^2}$ .

ב. הוכיחו שעבור  $0 < b < a$  מתקיים:  $\frac{a-b}{a} < \ln\left(\frac{a}{b}\right) < \frac{a-b}{b}$ .

## שאלה 4

א. הוכיחו עפ"י הגדרת הגבול (כלומר במונחי  $\delta, \varepsilon$ ):  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 2) = 4$ .

ב. מצאו עבור איזה ערכי  $a$  יש לפונקציה  $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{3x^3 + x} + \frac{ax^2 + x}{6x + 3}$  אסימפטוטה בעלת שיפוע אפס באינסוף.

## שאלה 5

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + \ln(x)$  המוגדרת עבור  $0 < x$ . חשבו את הנגזרת של הפונקציה ההפוכה לה בנקודה  $e^2 + 1$ .  
(רמז: חשבו תחילה את  $f(e)$ )

ב. פיתרו את הבעייה הבאה:  
חותכים חוט באורך 100 ס"מ לשני חלקים, מאחד מהם מייצרים ריבוע ומהשני משולש שווה צלעות. כיצד יש לחלק את החוט כך ששכום שטחי הריבוע והמשולש המתקבלים יהיה מינימלי?

(הדרכה: שטח של משולש שווה צלעות שאורך צלעו  $a$  הוא  $S = \frac{4}{\sqrt{3}} a^2$ .)

# חלק ב

## שאלת בונוס

נתונה פונקציה רציפה  $f(x)$  המוגדרת עבור  $0 \leq x$ . בנוסף נתון כי לכל  $0 < x$  גזירה ומתקיים:  $0 < f'(x) < f(x)$ . הוכיחו כי  $f(0) \neq 0$ .



בהצלחה

