

סמסטר א' תשע"ה - מועד א'
תאריך הבחינה: 26.1.15 שעה: 09:00
משך הבחינה: 3 שעות ללא חומר עזר

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעי החברה
ביה"ס לכלכלה ע"ש איתן ברגלס

מתמטיקה לכלכלנים א' – מועד א'

א. גורביץ', ל. דוראל, ש. מיברג, א. נוסבוים

פתרו את כל השאלות. רשמו פתרונותיכם במחברות נפרדות כמתואר להלן.
משך המבחן 3 שעות. אין להשתמש בשום חומר עזר, לרבות מחשבון. בהצלחה!

שאלה 1 במחברת נפרדת, שאלה 2 במחברת נפרדת
שאלות 3,4 באותה מחברת, שאלות 5,6 באותה מחברת

שאלה 1 (20 נקודות).

(א) (10 נקודות) צטט והוכח את משפט רול,

(ב) (10 נקודות) הוכח לפי הגדרה של גבול $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 - 9} = 4$

שאלה 2 (15 נקודות).

תהי $f(x)$ מוגדרת בצורה

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x} + 2 \ln(1+x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

(א) עבור איזה ערך של הפרמטר a הפונקציה רציפה בנקודה $x_0 = 0$.

(ב) עבור ערכו של הפרמטר a מהסעיף הקודם, חשבו את הנגזרת $f'(x)$ בנקודה $x_0 = 0$.

שאלה 3 (20 נקודות).

(א) חשבו את הנגזרת של הפונקציה $e^{(x^x)}$ בנקודה כללית $x > 0$.

(ב) מצאו את השיפוע של המשיק לעקומה $e^y - x(y+5) = -9$ בנקודה $(x_0, y_0) = (2, 0)$, וחשבו את משוואת המשיק בנקודה זו.

שאלה 4 (20 נקודות).

הוכיחו כי $\frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq \frac{2}{e}$ לכל מספר בתחום ההגדרה.

שאלה 5 (10 נקודות).

נתונה פונקציה $f(x)$ שהיא וכל נגזרותיה רציפות לכל x ממשי. נתון כי הנגזרת השנייה

של $f(x)$ יורדת (במובן החזק). כמו כן, נתון שהגרף של $f(x)$ חותך את הגרף של הפונקציה $g(x) = ax + b$ בדיוק ב-3 נקודות. הוכיחו כי לנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות מקסימום מקומי.

שאלה 6 (15 נקודות).

תהי $f(x)$ פונקציה רציפה בקטע $[0, 1]$, גזירה בקטע $(0, 1)$ ומקיימת

$$f(0)=0, f(1)=1$$

הוכח כי קיימת $c \in (0, 1)$ כך שעבורה מתקיים: $cf'(c) + f(c) = 1$

בהצלחה!!!