

סמסטר א' תשע"ו - מועד א'
תאריך הבחינה: 18.1.16
משך הבחינה: 3 שעות ללא חומר עזר

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעי החברה
ביה"ס לכלכלה ע"ש איתן ברגלס

מתמטיקה לכלכלנים א' – מועד א'

ל. ארמארק, ד. גינבורג, ל. דוראל, א. נוסבוים

משך המבחן 3 שעות. פתרו את כל השאלות. אין להשתמש בשום חומר עזר, לרבות מחשבון. בהצלחה!
שאלות 1-2 במחברת נפרדת שאלות 3-4 במחברת נפרדת שאלות 5-6 במחברת נפרדת שאלה 7 במחברת נפרדת

שאלה 1 (9 נק'). חשבו את נגזרתה של הפונקציה $f(x) = (x^e)^{e^x}$.

שאלה 2 (א' - 9 נק') תהיינה $f(x), g(x)$ פונקציות גזירות בקטע פתוח שכולל את הנקודה x_0 . נתון כי $f(x_0) = g(x_0)$ וכי $f'(x) > g'(x)$ לכל $x < x_0$ בקטע. הוכיחו כי $g(x) > f(x)$ לכל $x < x_0$ בקטע. (בשאלה זו יש לצטט במדויק כל משפט בו משתמשים).

(ב' - 9 נק') הוכיחו אך ורק באמצעות סעיף (א) כי $\ln(x) \leq (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2$ עבור כל $0 < x < 1$.

שאלה 3 (9 נק'). מצאו את כל האסימפטוטות של הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 2}}{2x + 3}$.

שאלה 4 (18 נק'). תהי $f(x)$ פונקציה גזירה (בכל נקודה ממשית x_0), שמקיימת $f(2) = 0$. הוכיחו שישנה נקודה c שבה מתקיים $\frac{f(c)}{\sqrt{c}} + 2\sqrt{c}f'(c) = 0$.

שאלה 5 (18 נק'). חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \cdot \sqrt{x+4} \cdot \ln(1+x)}{e^{(x^5 \ln(1+x))} \cdot (x - \ln(1+x))} \right)$

שאלה 6 (10 נק') הוכיחו ישירות ע"פ הגדרת מושג הגבול (במונחי ϵ, δ) כי מתקיים $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^3 + 1} = 3$.
הדרכה: במסגרת תשובתכם העזרו בנוסחה $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

שאלה 7 (18 נק'). נסחו והוכיחו (באופן מפורט) את משפט רול.

בהצלחה

סמסטר אי' תשע"ז - מועד ב'
תאריך הבחינה: 18.2.16
משך הבחינה: 3 שעות ללא חומר עזר

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעי החברה
ביח"ס לכלכלה ע"ש איתן ברגלס

מתמטיקה לכלכלנים א' – מועד ב'

ל. ארמארק, ד. גינזבורג, ל. דוראל, א. נוסבוים

פתרו את כל השאלות. אין להשתמש בשום חומר עזר, לרבות מחשבון. בהצלחה!
הגישו במחברת נפרדת את השאלות 1-4, במחברת נפרדת את שאלה 5,
במחברת נפרדת את שאלה 6, ובמחברת נפרדת את שאלה 7

שאלה 1. (10 נק') קיבעו לאילו ערכים של הפרמטרים a, b , הפונקציה הבאה רציפה בנקודה $x_0 = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x}^{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ b & x = 0 \\ (1-x)^{\binom{2}{x}}, & x < 0 \end{cases}$$

שאלה 2 (20 נק'). הוכיחו את כלל הסכום לגבולות ממשיים בנקודה: אם קיימים הגבולות הממשיים

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_f, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_g$$

אז קיים גם הגבול הבא $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$.

שאלה 3 (10 נק'). כמה פתרונות ממשיים יש למשוואה $6x^6 - 6x^4 = 1$. צטטו במדויק את המשפטים בהם אתם משתמשים.

שאלה 4 (20 נק'). מצאו נקודות קיצון מקומיות (לוקאליות) וגלובאליות (אם ישנן) לפונקציה $|x+1|e^x$.

שאלה 5 (10 נק'). חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(f(x)^{\binom{1}{x}} \right)$ אם נתון כי $-5^x + 6^x + 7^x < f(x)$ ובנוסף גם

$$f(x) < 5^x + 6^x + 7^x$$

שאלה 6 (20 נק'). הוכיחו כי לכל פולינום מהצורה $x^5 - \sqrt{5}x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx + c$ ישנם לכל היותר שלושה שורשים שונים. (כאן $a, b, c \in \mathbb{R}$ הינם קבועים שרירותיים). הציגו נימוק מלא ומפורט.

שאלה 7 (10 נק'). תהי f פונקציה רציפה בקטע $(1,3)$, גזירה בקטע $(1,2)$ וגזירה בקטע $(2,3)$. נתון כי

$$f'(x) \leq 4 \quad \text{לכל } x \in (1,2) \quad \text{וכי } f'(x) \geq 5 \quad \text{לכל } x \in (2,3).$$

בידקו האם f גזירה בנקודה $x_0 = 2$.

בהצלחה