

# בחינה באלגברה לינארית 1 א

## דוד גינזבורג

יש לענות על כל השאלות. אין להשתמש בכל חומר עזר לרבות מחשבוני. לכל השאלות ניקוד שווה. בשאלה בה יש יותר מסעיף אחד, אם לא צויין אחרת, לכל סעיף ניקוד שווה. יש לנמק הייטב את דרך הפיתרון.

**שאלה 1:** לתת דוגמא להעתקה לינארית  $T : F^4 \rightarrow F^4$  המקימת

$$\text{Im}T = \text{Ker}T = \text{Sp}\{(1, 1, 1, 1); (1, 1, 1, 0)\}$$

**שאלה 2:** יהיו  $U, V$  ו-  $W$  שלושה מרחבים וקטורים מעל שדה  $F$ . תהינה  $T : U \rightarrow V$  ו-  $S : V \rightarrow W$  שתי העתקות לינאריות כך שההעתקה  $S \circ T$  הינה איזומורפיזם. להוכיח כי  $V = \text{Im}T \oplus \text{Ker}S$ .

**שאלה 3:** לרשום את כל המטריצות הרבועיות  $A$  מסדר שלוש כך שמרחב הפתרונות של המערכת

$$Ax = 0 \text{ הינו } \text{Sp}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}.$$

**שאלה 4:** יהיו  $u, v$  ו-  $w$  שלושה וקטורי יחידה במרחב עם מכפלה פנימית ממשית. נניח כי  $u + v + w = 0$ . להוכיח כי מתקיים  $(u, v) = -\frac{1}{2}$ .

**שאלה 5:** תהי  $A$  מטריצה רבועית מסדר ארבע שכל איבריה הם המספרים  $\pm 1$ . להוכיח כי המספר שמונה מחלק את  $\det A$ .

בהצלחה!