

בחינה במתמטיקה א' לכלכלנים

ד.גינזבורג, א.מוחוב, ס.סודין

משך המבחן 3 שעות. פתרו 6 שאלות מתוך 7. ערך כל שאלה 17 נקודות. אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.

1. עבור אילו מספרים a, b, c הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{bx}, & x < 0 \\ c, & x = 0 \\ \frac{|x|}{x} + \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & 0 < x \leq 1 \\ b, & x \geq 1 \end{cases}$$

רציפה בכל הישר?

2. עבור אילו מספרים A ו- B הפונקציה

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{x}} + B\sqrt{x}$$

מקבלת ערך המינימלי 6 בנקודה $x = 9$?

3. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x + 4^x)^{1/x} \quad (\text{ב}), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} \quad (\text{א})$$

4. מצאו את נקודות הפיתול ואת האסימפטוטות של הפונקציה

$$f(x) = \frac{\ln x}{x + 1}.$$

5. תהי f פונקציה המקיימת

$$|f(x) - f(c)| \leq 2009|x - c|$$

לכל x ממש. (א) הראו כי f רציפה בנקודה c . (ב) האם בהכרח f גזירה ב- c ? נמקו את תשובותיכם!

6. הראו כי לפונקציה $6x^4 - 7x + 1$ יש לכל היותר שני שורשים ממשיים.

7. תהי f פונקציה גזירה בקטע $[-2, 4]$, כך ש- $f(-2) = 1$ ו- $|f'(x)| \leq 5$ לכל $x \in [a, b]$. הראו כי

$$-5x - 9 \leq f(x) \leq 5x + 11$$

לכל x בקטע.

בהצלחה!