

לוגיקה 4

1. תנו דוגמה של תורה שלמה בעלת בדיוק \aleph_0 מודלים בני מניה לא איזומורפיים.
2. תהי $\mathcal{L} = \{P_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ כך שכל P_n הוא סימן יחס חד מקומי. נגדיר תורה שאומרת כי לכל שתי קבוצות זרות וסופיות $I, J \subseteq \mathbb{N}$ החיתוך

$$\bigwedge_{i \in I} P_i(v) \wedge \bigwedge_{j \in J} \neg P_j(v)$$

הוא אינסופי.

(א) האם התורה שלמה?

(ב) כמה מודלים בני מניה לא איזומורפיים יש לה?

3. יהיו $\mathfrak{M}_1 = \langle \mathbb{N}, \leq \rangle$, $\mathfrak{M}_2 = \langle \mathbb{N} \setminus \{0\}, \leq \rangle$. הוכח כי $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2$ מקיימים אותן נוסחאות סגורות אבל $\mathfrak{M}_1 \not\cong \mathfrak{M}_2$.

4. האם

(א) $\langle \mathbb{Q} \cap [0, 1), \leq \rangle \preceq \langle \mathbb{Q}, \leq \rangle$?

(ב) $\langle \mathbb{Q} \cap (0, 1), \leq \rangle \preceq \langle \mathbb{Q}, \leq \rangle$?

5. האם $\langle \mathbb{Q}, \leq \rangle \preceq \langle \mathbb{R}, \leq \rangle$?

- *4. הוכח/י כי בכל עוצמה $\aleph_0 < \kappa$ יש 2^κ מודלים לא איזומורפים של סדר קוי צפוף ללא איבר ראשון ואחרון.