

לוגיקה 6

1. בנו 2^{\aleph_0} מודלים בני מניה לא איזומורפיים של $T = Th(\langle N, +, \times, 0, S \rangle)$.
2. בנו 2^{\aleph_0} הרחבות אלמנטריות בנות מניה ולא איזומורפיות של $\langle N, +, \times, 0, S \rangle$.
3. תהי T תורה עקבית בשפה בת מניה. נניח כי יש ל- T לא יותר מ- \aleph_0 מודלים בני מניה לא איזומורפיים. הראו כי קיים פסוק Φ כך ש $T \cup \{\Phi\}$ עקבית ושלמה.
4. יחי \mathcal{M}_1 מודל סופי והי \mathcal{M}_2 מודל באותה שפה שמקיים אותן נוסחאות סגורות ש- \mathcal{M}_1 . הוכיחו כי אז המודלים \mathcal{M}_1 ו- \mathcal{M}_2 הם איזומורפיים.
5. יהו $\mathcal{N} = \langle N, +, \times, 0, S \rangle$,
 \mathcal{F} על מסנן על N . תהי $\mathcal{N}^* = \mathcal{N}^N / \mathcal{F}$ על חזקה של \mathcal{N} .
 (א) נניח כי $\mathcal{F} = \{X \subseteq N \mid 17 \in X\}$. הוכיחו אז כי $\mathcal{N} \simeq \mathcal{N}^*$.
 (ב) נניח כי $\mathcal{F} \supseteq \{X \subseteq N \mid |N \setminus X| < \aleph_0\}$. הוכיחו אז כי
 i. יש ב- \mathcal{N}^* מספרים לא תיקניים.
 ii. האם יש ב- \mathcal{N}^* מספר x כך שלכל $p \in N$ ראשוני x מתחלק ב- p ?
 iii. $\mathcal{N} \not\cong \mathcal{N}^*$.