TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב
RAYMOND AND BEVERLY SACKLER FACULTY OF EXACT SCIENCES
SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES
הפקולטה למדעים מדויקים ע"ש ריימונד ובברלי סאקלר
בית הספר למדעי המתמטיקה

מבחן באלגברה ב' 1

0366.2132.01

לתלמידי דן הרן

י"ב בשבט, תשס"א
5 בפברואר 2001

משך המבחן: 3 שעות.
אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
ענה על ארבע (בלבד) מתוך שש השאלות הבאות.

שאלה 1: הוכח את משפט שראייר: *לכל שתי סדרות נורמליות של חבורה סופית G יש עידונים שקולים זה לזה.*

שאלה 2: תהי G חבורה סופית, תהי $K \triangleleft G$, ותהי P חבורת סילוב־p של K. הוכח שלכל $g \in G$ יש $k \in K$ כך ש־ $P^g = P^k$. הסק ש־ $G = K\ N_G(P)$.

שאלה 3: תהי G חבורה מסדר 40.

א. הראה שחבורת סילוב־5 של G הנה נורמלית ב־G.

ב. הראה שיש תת חבורות $H_1 < H_2 < H_3$ ב־G מסדרים $5, 10, 20$, בהתאמה.

שאלה 4: תהיינה A, B, C חבורות חילופיות נוצרות סופית. נניח כי $A \oplus B \cong A \oplus C$. הוכח כי $B \cong C$.

שאלה 5: א. הוכח כי ל־ A_5 אין תת חבורה מסדר 20.

ב. תהי $\sigma = (1\ 2\ 3 \cdots n) \in S_n$ תמורה. הראה שלמחלקת הצמידות של σ ב־S_n יש $(n-1)!$ אברים ושׁ־ $C_G(\sigma) = \langle \sigma \rangle$.

שאלה 6: תהי G חבורה ותהי H תת חבורה שלה מאינדקס 5. יהי $a \in Z(G)$ אבר מסדר 3 במֶרכָּז של G.
הוכח: $a \in H$.

בהצלחה!