

אוניברסיטת תל-אביב

הפקולטה למדעים מדויקים ע"ש ריימונד וברלי סאקלר

בית הספר למדעי המתמטיקה

החוג לחקר ביצועים

תנועת אבנים מרובות צבעים על גרפים

חיבור זה הוגש כחלק מהזרישות לקבלת התואר

"מוסמך אוניברסיטה" – M.Sc. באוניברסיטת תל-אביב

על ידי

גלעד גורלי

העבודה הוכנה בהדרכתו של

פרופסור רפאל חסין

תשרי, תשס"ח

תודות

אני מודה למנחה שלי, פרופ' רפאל חסין, על ההשראה, על העצות המועילות ועל כך שהדריך אותי ברוי הכתיבה המדויקת.

תקציר

אנו מותבוננים בבעיית תנועת האבנים הבאה, לה אנו קוראים בעיית תנועת האבנים ב- m צבעים. יהי G גרף בעל n קודקודים ו- $k < n$ אבנים הצבועות ב- m צבעים. כל קודקוד צבוע באחד הצבעים, או שאינו צבוע. כל קודקוד יכול להכיל לכל היותר אבן אחת. תנועת אבן מורכבת ממעבר של אבן מהקודקוד הנוכחי עליו היא ממוקמת, לקודקוד שכן שאינו מכיל אבן. המטרה היא להזיז את כל האבנים לסידור צבעים חדש בו כל קודקוד מכיל אבן באותו הצבע.

אנו לומדים את בעיית היתכנות – האם לתצורה נתונה של בעיית האבנים ב- m צבעים קיים פתרון? אנו מראים שפתרון ידוע לבעיית היתכנות בה לכל אבן צבע יחודי, תקף גם עבור הבעיה שלנו כאשר G הוא עץ. כמו כן אנו נותנים אלגוריתם בזמן לינארי עבור בעיית היתכנות בגרף כללי. בעיה זו הוצגה כבעיה פתוחה ב-1998.

Tel-Aviv University
The Raymond and Beverly Sackler Faculty of Exact Sciences
School of Mathematical Sciences
Department of Operations Research

Multi-color Pebble Motion on Graphs

This paper was submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of
"Master of Science" – M.Sc. at Tel-Aviv University

by

Gilad Goraly

With the supervision of
Prof. Refael Hassin

September, 2007

Abstract

We consider the following pebble motion problem, which we call the m -COLOR PEBBLE MOTION PROBLEM. Let G be a graph with n vertices and $p < n$ pebbles of m colors. Each vertex is either colored in one of the colors, or not colored. Each vertex can host at the most one pebble. A pebble move consists in transferring a pebble from its current host vertex to an adjacent unoccupied vertex. The problem is to move the pebbles to a new color arrangement in which every vertex hosts a pebble of its color.

We study the feasibility problem - does a given instance of m -PM have a solution? We show that a known solution to the feasibility problem where each pebble has a distinct color, holds also for our problem when G is a tree. We also give a linear time algorithm for the feasibility decision problem on a general graph. This latter problem was described as an open problem in 1998.