

בחינה בחקר ביצועים 1
לתלמידי מתמטיקה שנה ב' -1-
המרצה : פרופ' רפי חסין

משך הבחינה : 3 שעות
ללא שימוש בחומר עזר

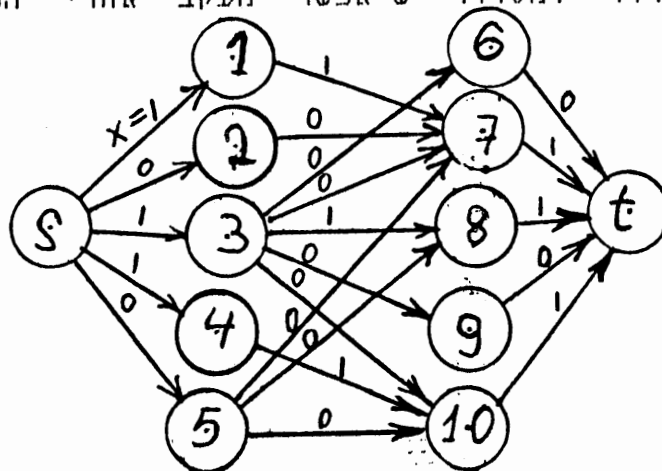
שאלה 1

דפנה בת השנה יוצאת לשחק בגינה. לרשותה 20 צעצועים בלבד אבל היא משתמשת בהם למשחקים רבים. משחק j ($j = 1, \dots, 1000$) דורש שימוש בקבוצת הצעצועים S_j , ובהנאה ממנו V_j . אמא של דפנה מרשה לה לקחת לגינה עד 10 צעצועים. עליך לעזור לדפנה להחליט איזה צעצועים לקחת איתה כך שסך ההנאה מהמשחקים אותם תשחק (פעם אחת כל משחק אפשרי) תהיה מקסימלית.

- לנסח בעית תכנות לינארי מתאימה (להגדיר באופן מסודר את המשתנים ולהסביר את האילוצים באופן מילולי).
- משחק j נמשך t_j דקות. לרשות דפנה 7 שעות בלבד. איך ישתנה ניסוח הבעיה?

שאלה 2

ברשת הבאה כל הקיבולים הם של יחידה אחת. יש למצוא זרימה מקסימלית מ- S ל- t . לשם כך יש להתחיל מהפתרון המתואר בשיטת התיוג עד לפתרון האופטימלי. כמו כן יש למצוא חתך מינימלי. (נא לבצע את הנ"ל באופן ברור ומסודר שיאפשר מעקב אחרי הפעולות שבוצעו ע"י האלגוריתם).



דפנה חזרה מהגינה והגיע זמן הארוחה. ארוחה כוללת k מנות. את המאכלים האהובים עליה ניתן לסווג לארבע קבוצות: קטניות, דגים, ירקות, פירות. הטבלה הבאה מראה מדד לערך התזונתי של מנה מקבוצה מסוימת בתלות בסוג המנה הקודמת (i) :

$V_{ij} =$

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	6	0	0
2	2	3	7	8
3	5	2	1	3
4	3	4	5	1

1- קטניות
2- דגים
3- ירקות
4- פירות

ערך מנה מקבוצה j אם היא הראשונה בארוחה הוא

$$V_{0j} = (0, 8, 3, 1)$$

- א. לנסח משוואת תכנות דינמי. (להגדיר את משמעות הגדלים המופיעים, לתאר תנאי התחלה לחישוב).
 ב. לפתור כאשר $k = 4$ (לפרט את כל החישובים באופן ברור, רצוי בטבלה, לשים לב שלשלב האחרון מספיק לחשב ערך אחד בלבד).

שאלה 4

ילדים מגיעים לגינת המשחקים בתהליך פואסוני עם קצב ממוצע λ . כל ילד רוצה לגלוש בדיוק פעמיים. על המגלשה יש מקום לשני ילדים בלבד, אחד גולש ואחד ממתין על הסולם. משך הגלישה אקספוננציאלי עם פרמטר μ . בתום הגלישה הראשונה הילד חוזר מיד לסולם ומטפס לגלישה השניה (זמן הטיפוס זניח). אם היה בזמן גלישת ילד אחר בהמתנה על הסולם הילד האחר גולש ראשון. אם ילד מגיע ורואה שמהגלשה תפוסה (ע"י גולש + ממתין) הוא מוותר על הגלישה ועובר לנדנדה.

- א. לפרט מהם מצבי המערכת.
 ב. לתאר דיאגרמת חיצים.
 ג. לחשב את ההסתברויות למצבים השנויים כאשר $\lambda = 1$, $\mu = 2$.
 ד. יש ילד אחד בדיוק על המגלשה, מה הסיכוי שזו גלישתו הראשונה?