

23.1.2000

סמסטר א' תש"ס
זמן לפתרון – שעה וחצי
ללא חומר עזר

חקב"צ 1
פרופ' רפי חסין

חלק א'

1. $\min\{-2x_3 - x_4 \mid x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2, x \geq 0\}$

א. על ידי פעולות אלמנטריות על האילוצים ופונקציית המטרה יש לעבור לבעיה שקולה שבה x_3, x_4 הם משתני סרק.

ב. לפתור את הבעיה השקולה פתרון גרפי.

ג. לרשום את הבעיה הדואלית לניסוח המקורי.
מה אומר המשפט המשלים לגבי פתרון הבעיה?
האם ניתן בעזרתו לפתור את הבעיה הדואלית? להסביר את התשובה!

2. במשך תקופה ניתן לייצר עד A יחידות של מוצר בעלות C_1 . כמו כן, ניתן לייצר בשעות נוספות עד B יחידות במחיר גבוה יותר של C_2 ליחידה. על כל יחידת מוצר שנותרת בסוף התקופה במחסן חלה עלות אחזקת מלאי של h .

א. לנסח בעיית תכנות לינארי שתחשב כמויות יצור אופטימליות x_t בתקופות $t = 1, \dots, T$ במטרה לספק במועד ביקושים $d_1, \dots, d_T$.

ב. לתת ניסוח אלטרנטיבי במתכונת של בעיית תובלה.

ג. נניח שניתן לספק ביקושים באיחור (אך לא יאוחר מתקופה T). על כל יחידה של מחסור בסוף התקופה (כלומר, מלאי שלילי) יש עלות של p . להתאים אחד מהניסוחים הנ"ל למקרה זה.

3. תחנת "מוניות 2000" מפעילה מוניות בנות 4 מקומות ישיבה. המוניות עומדות בטור ומחכות לנוסעים. המופע לתחנה פואסוני עם פרמטר 1. בהסתברות p המופע כולל אדם אחד ובהסתברות המשלימה הוא כולל 2 אנשים הרוצים לנסוע יחד. המונית עוזבת את התחנה כאשר היא מלאה. אם יש מופע של שני אנשים ובמונית שבראש הטור אין 2 מקומות פנויים, הם נכנסים למונית השניה (אם המונית השניה מתמלאת היא נוסעת ואינה מחכה למונית הראשונה).

- א. להגדיר מצבים, לצייר דיאגרמת חיצים ולרשום משוואות מעבר.
ב. לרשום משוואות לחישוב תוחלת מספר הנוסעים הממתינים ותוחלת משך ההמתנה.
ג. לרשום תכנית סימולציה שמטרתה לחשב את ההסתברות שנוסע שמגיע לתחנה לא יצטרך להמתין בכלל (כלומר המונית תיסע מיד עם רגע הגעתו).

4. לנבחרת הכדורגל של כיתה ד' יש מאמן חדש שלמד חקב"צ והוא מכין את קבוצתו בצורה מדעית למשחקה נגד נבחרת כיתה ד'1. בשער הנבחרת ניצב השוער המהולל טום. כשמגיע אליו כדור הוא מחליט למי למסור אותו. כל שחקן המקבל לרגליו את הכדור יכול למסור אותו לשחקן אחר או לבעוט לשער. להלן מטריצה המכילה את ההסתברויות שמסירה משחקן מסוים לשחקן אחר תוכתר בהצלחה והכדור אכן יגיע לשחקן מבלי שייחטף על ידי הנבחרת היריבה.

רועי	נדב	עינב	שירי	יואל	ליאור	יואב	המקבל המוסר
0	0	0	0	0	$3/5$	$4/5$	טום
0	0	$1/2$	$3/4$	$1/2$	0	-	יואב
0	0	$2/3$	$1/3$	$1/2$	-	0	ליאור
0	$1/3$	0	0	-	0	0	יואל
$2/3$	$1/3$	0	-	0	0	0	שירי

להלן סיכויי ההצלחה של כל אחד מהשחקנים בבעיטה לשער

רועי	נדב	עינב	שירי	יואל	ליאור	יואב
$1/5$	$3/4$	$1/4$	$1/4$	$1/2$	0	0

מהי האסטרטגיה שתביא למקסימום את הסיכוי להבקיע שער כאשר הכדור בידי השוער? מי יהיה מלך השערים של הנבחרת? להסביר באופן מפורט ומסודר את אופן החישוב!