

הבחינה מחולקת לשניים:
משך כל חלק: שעה וחצי

חקב"צ 1

חלק א'

פרופ' רפי חסין

ללא חומר עזר
אין לכתוב על הטופס

סמסטר א', מועד ב' תשע"ב
תאריך הבחינה : 3.8.2012

$$\text{Max}\{2X_1 - 3X_2 - 3X_3 + 5X_4\}$$

$$X_1 - 5X_2 + 3X_3 + 7X_4 \leq 58$$

$$4X_1 - 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 \leq 8$$

$$2X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 \leq 12$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

1.

א. לחשב פתרון אופטימלי בעזרת אלגוריתם הסימפלקס (דרושות שתי איטרציות בלבד). בשניה מספיק לחשב את הפתרון והנתונים המראים שהוא אופטימלי).

ב. לרשום את הבעיה הדואלית ולמצוא את פתרונה מהטבלה האחרונה של הסימפלקס. להוכיח שהפתרון מקיים את משפט הדואליות.

ג. להוכיח שהפתרונות בסעיפים הקודמים מקיימים את כל תנאי המשפט המשלים.

2. א. להוכיח את המשפט שזרימה מקסימלית שווה לחתך מינימלי תוך שימוש באלגוריתם התיוג (מי שלא יודע/ת לענות על השאלה יכול/ה להוכיח את המשפט בדרך אחרת כדי לקבל ניקוד חלקי).

ב. נתון גרף עם קשתות ממושקלות ומעגל C. e היא הקשת הקטנה ביותר ב-C. להוכיח שיש עץ פורש מקסימלי שלא מכיל את e. להסביר איך נובע מזה אלגוריתם לבעיית העץ הפורש המקסימלי.

ג. לתאר תנאי מספיק ליחידות של הפתרון בבעיית עץ פורש מקסימלי. האם התנאי גם הכרחי? להוכיח או לתת דוגמה נגדית.

סמסטר א', מועד א' תשע"ב
תאריך הבחינה: 3.8.2012

חקב"צ 1
חלק ב'
פרופ' רפי חסין

הבחינה מחולקת לשניים:
משך כל חלק: שעה וחצי

ללא חומר עזר
אין לכתוב על הטופס

3. פועלים חופרים בור. פועל מתעייף ביום העבודה ולכן הכמות שהוא חופר תלויה במספר הימים שהוא כבר עובד. היום הראשון מוקדש להתאקלמות ובו הפועל אינו חופר. אפשר להחליף פועל בפועל חדש אלא שאז ידרש יום להתאקלמות של הפועל החדש.

להלן טבלת עומק החפירה ביום:

יום העבודה	עומק ביום
הראשון	0
השני	5
השלישי	4
הרביעי	3
החמישי	2
השישי	0

- לנסח את הבעיה בעזרת תכנות דינמי כולל תנאי התחלה ולפתור כדי למצוא לאיזה עומק מקסימלי ניתן להגיע ב- 6 ימים, כמה פועלים יועסקו, ומתי יש להחליף פועל בפועל חדש. האם הפתרון יחיד?

4.

שרת עצבני בחנות בקניון "עגל הזהב" משתמש במכונה לצורך השרות. למכונה שני מצבים. במצב i ($i = 0, 1$) זמן השרות $\exp(\mu_i)$ וחלה עלות של C_i ליחידת זמן: $C_1 > C_0, \mu_1 > \mu_0$. כשהמכונה נחה אין עלות. שינוי מצב המכונה (מ-1 ל-0 או ההיפך) נמשך $\exp(\eta)$. תהליך ההגעות פואסוני עם λ . יש מקום המתנה אחד ולקוח שמגיע כשהמקום תפוס עוזב.

כשהחנות ריקה ומצב המכונה 1, השרת העצבני מעביר אותה למצב 0. אבל אם לפני שסיים מגיע לקוח הוא מפסיק את תהליך ההעברה ומשרת במצב 1. באופן דומה, אם המכונה במצב 0 ולקוח נכנס למקום ההמתנה (כלומר יש עכשיו בחנות שני לקוחות), השרת העצבני מפסיק את השרות ומעביר את המכונה למצב 1. השרות יתחדש בסיום המעבר מהמקום בו הופסק. עלות שהיה של לקוח היא D ליחידת זמן וערך השרות R ללקוח.

- א. לתאר מצבים באופן מסודר וברור. לצייר דיאגרמת חיצים ולרשום מערכת משוואות לפתרון ההסתברויות.
ב. לרשום משוואות לחישוב התועלת הממוצעת ליחידת זמן (ערך פחות עלויות הפעלת המכונה והמתנת הלקוחות).