

1. נתונה בעיית התכנות הלינארי הבאה:

$$\begin{aligned} \text{Min}\{ & X_1 + 2X_2 + 10X_3 + 8X_4 \\ & - X_1 + X_2 + X_3 \geq 0, \\ & 2X_1 - 4X_2 + X_3 + X_4 = -2, \\ & X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \end{aligned}$$

א. לרשום את הבעיה הדואלית. 8%

ב. לפתור את הבעיה באופן גרפי. לתאר באופן ברור את תחום הפתרונות האפשריים. 9%

ג. ע"י שימוש במשפט המשלים, למצוא את הפתרון האופטימלי לבעיה המקורית. להסביר את החישובים באופן מסודר. 8%

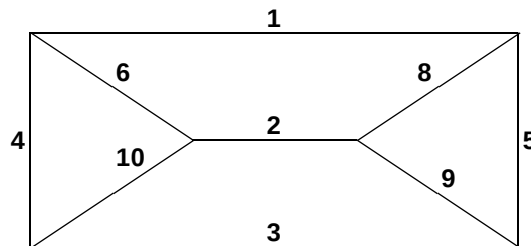
2.

א. להפעיל את האלגוריתם החמדן לפתרון בעיית העץ הפורש המינימלי בגרף הבא. לתאר את שלבי הפתרון. 5%

ב. יהיו $X_1, \dots, X_n$ משתנים בינאריים ונניח שקיים אילוץ $\sum X_i \leq n-1$. אז בדיוק אחד מהמקרים הבאים מתקיים: 20%

- $X_1 = 0$
- $X_1 = 1, X_2 = 0$
- $X_1 = X_2 = 1, X_3 = 0$
- ...
- $X_1 = X_2 = \dots = X_{n-1} = 1, X_n = 0$

להשתמש בתכונה זו לפתרון הבעיה הבאה ע"י אלגוריתם Branch and Bound. יש לחשב עץ פורש מינימלי בגרף הבא תחת האילוצים שאסור להשתמש ביותר משתי קשתות אופקיות ואסור להשתמש ביותר מקשת אנכית אחת. המספרים על הקשתות מסמנים את אורכיהן.



נשתמש בסימון $X_i = 1$ לציין שהקשת שאורכה i נבחרה לפתרון. את תת הבעיות אפשר לפתור ע"י האלגוריתם החמדן ואין צורך לפרט את שלבי הפתרון שלהן, אבל יש למספר אותן ולתאר את סדר הפתרון שלהן ואת החסמים שנוצרים מהפתרון.

(*) למי שמתקשה בפתרון סעיף (2) – תמורת ניקוד מופחת – לתאר באופן מלא את אלגוריתם ה- Branch and Bound לבעיית תכנות לינארי בשלמים עם פונקציית מטרה $\min$.

3. נקודות 0, 1, ..., n+1 ממוקמות במרחקים שווים לאורך קו ישר. הודעות נשלחות מנקודה 0 לנקודה n+1 דרך תחנות ממסר בנקודות 1, ..., n. אם הודעה לא מגיעה ליעדה, זה אומר שיש תקלה בדיוק בתחנה ממסר אחת, וההסתברות לתקלה זהה לכל התחנות. 15%

טכנאית נמצאת בנקודה 0. היא בוחרת $1 \leq X \leq n$ ונוסעת ובודקת אם התקלה שם. אם התקלה שם, היא מתקנת אותה ובזה תהליך נגמר. אם לא, היא לומדת מאותה הבדיקה אם התקלה קרתה לפני תחנה X או אחריה כדי להחליט על נקודת הבדיקה הבאה. עלות נסיעה היא A למרחק בין שתי נקודות סמוכות. עלות בדיקה B.

הטכנאית רוצה לחשב מדיניות לסדר הבדיקות שתביא למינימום את תוחלת העלות עד לתיקון התקלה.
לנסח משוואות תכנות דינמי כולל תנאי התחלה וסיום. מה סיבוכיות האלגוריתם?

4. בשעה טובה נחנכה בתל אביב שמורת טבע עירונית ראשונה ומבקרים מגיעים אליה מכל אזור המרכז. הזמן בין שני אוטובוסים עוקבים היוצאים לשמורה מהתחנה המרכזית מתפלג $\exp(\mu)$. נוסעים מגיעים לתחנה לפי תהליך פואסוני עם פרמטר λ . 20%

בכל אוטובוס C מקומות.

כשהוא מגיע הנוסעים עולים עליו ואם אין לכולם מקום אז אלה שנותרים ללא מקום עוזבים את התחנה ומוותרים על הנסיעה.

1. להגדיר מצבים, לתאר מערכת חיצים, לכתוב משוואות לחישוב המצבים. לחשב את ההסתברות שתחנת האוטובוסים ריקה (נובע ישירות מהחתך שמפריד את המצב הזה מהאחרים). לרשום משוואה לפרופורצית הנוסעים שעוזבים מחוסר מקום באוטובוס, בהינתן ההסתברויות למצבים השונים. 15%

2. לכתוב תכנית סימולציה לפתרון פרופורצית הנוסעים שעוזבים מחוסר מקום באוטובוס.