

נתונה בעיית התכנות הלינארי הבאה:

$$\text{Max } \{2X_1 - C_3X_3 - 4X_4\}$$

s.t.

$$X_1 + 0.5X_2 - 0.5X_3 + 0.5X_4 = 2,$$

$$-4X_2 + X_4 \geq 6,$$

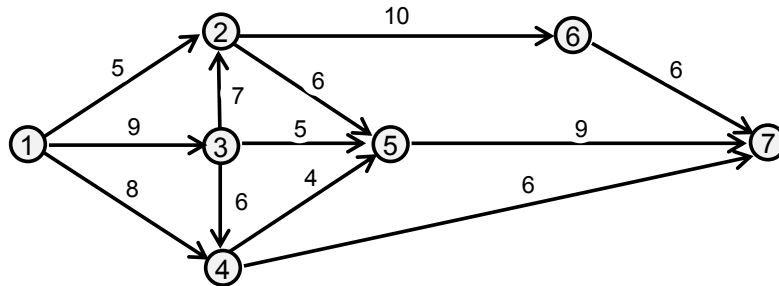
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \quad (X_4 \text{ לא מאולץ})$$

1.

15% א. לרשום את הבעיה הדואלית. לפתור אותה באופן גרפי כאשר $C_3 = 0$. איזה מסקנות ניתן להסיק מהפתרון לגבי הבעיה המקורית?

10% ב. כנ"ל כאשר $C_3 = 100$

2.



15% א. למצוא זרימה מקסימלית מצומת 1 לצומת 7, על ידי הגדלת הזרימה באופן הבא:

i. דרך 1-2-6-7

ii. דרך 1-3-5-7

iii. דרך 1-4-7

iv. דרך 1-3-4-5-7

v. להמשיך בעזרת אלגוריתם התיג

vi. למצוא חתך מינימלי (להסביר באופן מילולי כיצד בוצע שלב זה)

10% ב. נניח שניתן תמורת השקעה של יחידת מטבע להגדיל קיבול של קשת ביחידת קיבול (ניתן להגדיל קשתות שונות או גם קשת מסויימת במספר יחידות או בחלקי יחידות). לרשותנו 3 יחידות מטבע. בכמה נוכל להגדיל את הזרימה?

3. רוצים לקבוע k פגישות במרווחים קבועים של t ימים בין פגישה לפגישה. אבל התאריכים בהם אפשר לקיים פגישה הם רק $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ (כאשר a_i הוא היום הסידורי בשנה מ-1 עד 365).

אם המרווחים בפועל יהיו $t_1, \dots, t_{k-1}$ (יש $k-1$ מרווחים בין המועדים של k פגישות) אז יגרם נזק בשיעור

$$\sum_{i=1}^{k-1} |t_i - t|$$

יש לבחור את מועדי הפגישות באופן שהנזק יהיה מינימלי.

15% א. לנסח כבעיית תכנות לינארי בשלמים (רמז – אפשר להגדיר משתנים בינאריים $x_{ij} = 1$ אם הפגישה ה- i תערך ביום a_j , ומשתנה y_i שהוא התאריך בו תתקיים הפגישה ה- i).

15% ב. לנסח משוואות תכנות דינמי כולל תנאי התחלה. מה סיבוכיות האלגוריתם?

4. תהליך הביקוש לשרות פואסוני ולמשך השרות יש התפלגות אקספוננציאלית. השרת יכול לקבוע את קצב הביקוש אבל מתחייב לשרת באותו הקצב, כלומר $\mu = \lambda$. לקוחות שמגיעים כשהשרת פנוי מצטרפים ומתחילים מיד לקבל שרות. 20% אם השרת עסוק אבל אין תור, הלקוח מצטרף בהסתברות 0.5. אם כבר יש לקוח בתור, הלקוח החדש מוותר על השרות ועוזב. עלות של שרת המשרת בקצב μ היא $a \cdot \mu$ ליחידת זמן. עלות שהייה של לקוח במערכת (בתור או בשרות) היא b ליחידת זמן. העלות הנגרמת מכל לקוח שעוזב בלי לקבל שרות היא c .

לחשב את ההסתברויות למצבים השונים ולהשתמש בהן לחישוב הערך של λ שמביא למינימום את תוחלת ההוצאות ליחידת זמן של המערכת.