

1. נתונה בעיית התכנות הלינארי הבאה:

$$\text{Max } \{aX_1 + bX_2\}$$

s.t.

$$X_1 \leq X_2$$

$$X_1 + X_2 \geq 1,$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

א. לפתור את הבעיה לכל ערך אפשרי של a ו- b .

ב. לרשום את הבעיה הדואלית.

ג. לנסח את משפט הדואליות.

ד. לנסח את המשפט המשלים באופן כללי ולפרט לבעיה הנ"ל.

2. להוכיח או להפריך כל אחד מהמשפטים הבאים:

א. אם כל הקיבולים ברשת אי-זוגיים אז קיימת זרימה מקסימלית ממקור נתון ליעד נתון שבה הזרימה בכל קשת היא אפס או אי-זוגית.

ב. אם כל הקיבולים ברשת זוגיים אז קיימת זרימה מקסימלית שבה הזרימה בכל קשת היא זוגית.

ג. רוצים להוציא מרשת נתונה קשת אחת כך שהזרימה המקסימלית תקטן ככל האפשר. נניח שיש חתך מינימלי יחיד. אז תמיד קיימת קשת אופטימלית השייכת לחתך הזה.

ד. יהי C מעגל בגרף לא מכוון עם משקלים על הקשתות. נניח ש- e הקשת בעלת המשקל המקסימלי ב- C . אז קיים עץ פורש מקסימלי שמכיל את e .

3. לרשותנו מחסן שקיבולו B , ומלאי התחלתי ברמה I_0 . בתקופה t , ($t=1, \dots, T$) אפשר לייצר במחיר C_t ליחידה, ולמכור במחיר P_t ליחידה. המכירה קודמת ליצור (כלומר מה שנייצר ב- t אי אפשר עדיין למכור ב- t). נסמן ב- X_t את הכמות שנייצר ב- t , Y_t הכמות שנמכור בתקופה t . יש לקבוע את (X_t, Y_t) $t=1, \dots, T$ שיביאו לרווח מקסימלי.

א. לנסח כבעיית תכנות לינארי.

ב. לנסח משוואות תכנות דינמי כולל תנאי התחלה.

4. נתונים פריטים $i=1, \dots, 2n$ עם תועלות C_i ומחירים a_i . הפריטים $i=1, \dots, n$ מיוצרים בארץ והשאר מיוצרים בחו"ל. לרשותנו תקציב B . יש לרכוש פריטים (לכל היותר אחד מכל סוג) כך שסך המחירים לא יעלה על B , התועלת מהם תהיה מקסימלית, ומספר הפריטים שנבחרו ומיוצרים בארץ יהיה לפחות גדול כמו מספר הפריטים שנבחרו מאלה שמיוצרים בחו"ל.

א. לנסח כבעיית תכנות לינארי.

ב. לנסח כבעיית תכנות דינמי. לציין סיבוכיות.