

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעים מדויקים
ע"ש ריימונד וברלי סקלר

שיווי משקל והגעות אופטימאליות לשרת עם זמן פתיחה וסגירה

חיבור זה הוגש כחלק מהדרישות לקבלת התואר "מוסמך אוניברסיטה" – M.Sc.
בפקולטה לחקר ביצועים, ביה"ס למדעי מתמטיקה, אוניברסיטת תל-אביב.

על ידי

יאנה קליינר

העבודה הוכנה בהדרכתו של פרופ' רפי חסין

תשרי תשס"ח

תקציר

מרבית המודלים הנלמדים בתורת התורים מניחים שהמערכת פועלת בצורה בלתי פוסקת, במציאות, הרבה מערכות המיועדות למתן שירות פועלות בצורה לא רציפה. אנחנו מתמקדים במערכת שרת בודד, בעל זמן פתיחה וזמן סגירה, זמני שירות מתפלגים אקספוננציאלית ומספר כולל של הגעות מתפלג פואסוני. באופן טבעי כל לקוח שואף למזער את תוחלת זמן ההמתנה שלו. תהליך בחירת זמן ההגעה מוצג ע"י משחק רב משתתפים לא שיתופי. המטרה היא למצוא אסטרטגיה המביאה את המערכת לשיווי משקל של נאש. אחד מהפרמטרים של המערכת הוא אפשרות ההגעה לפני זמן הפתיחה. גלזר וחסיין ב [5] הניחו שהגעות לפני זמן הפתיחה מותרות. אנחנו חקרנו את המקרה כאשר הגעות לפני זמן הפתיחה אסורות. מתברר שפתרון בשיווי משקל עם ההגבלה הזאת אינו מפחית את תוחלת זמן ההמתנה בצורה ניכרת. מודל נוסף שחקרנו הוא כזה שבו ההגעות מותרות רק בנקודות בדידות. אנחנו מראים שזה יכול להביא להפחתה משמעותית של תוחלת זמן ההמתנה. בנוסף אנו מוצאים את הפתרון האופטימאלי (ללא שיווי משקל) ומשווים אותו לפתרון שיווי משקל.

TEL-AVIV UNIVERSITY
RAYMOND AND BEVERLY SACKLER
FACULTY OF EXACT SCIENCES
SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES ,
DEPARTMENT OF STATISTICS AND OPERATION RESEARCH

**Equilibrium and optimal arrival patterns to a server with
opening and closing times**

Thesis submitted in partial fulfillment of requirements for the
M.Sc. degree in the faculty of Operation Research,
school of Mathematical Sciences,
Tel-Aviv University

By Yana Kleiner

The research work for this thesis has been carried out at
Tel-Aviv University under the supervision of Prof. Refael Hassin

October 2007

I would like to thank Prof. Rafi Hassin for his guidance, patience and support.

1 Abstract

While the majority of models studied by queuing theory are assumed to be non-stopping, in real life many of the service systems work in noncontinuous manner. We consider a single server system, which has opening and closing time and uses First-Come First-Serve discipline. The service durations are exponentially distributed and the total number of arrivals is a Poisson random variable. Naturally each customer wishes to minimize his waiting time expectation. The process of choosing an arrival time is presented as a (non-cooperative) multi-player game. The goal is to find a game strategy which brings the system to Nash Equilibrium. One of the parameters which describe the system is the ability of customers to arrive before the opening time. Glazer and Hassin in [5] assumed that arrivals before the opening time of the system are allowed. We study the case where early arrivals are forbidden. It turns out that the equilibrium solution with such restriction does not reduce the expected waiting time in a significant way. Another model that we study is the model where the arrivals are allowed only at discrete instances. We show that this approach might bring to a meaningful reduction. Finally, we also compute the solution which maximizes social welfare (this is not an equilibrium solution) and compare it to the equilibrium solutions.