

משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל מספר 2

1. פתור את המשוואות הבאות:
(משוואות מסדר ראשון וממעלה ראשונה. משוואות הומוגניות. הפרדת משתנים)

$$(x^2 - 2y^2)dx + yxdy = 0 \quad (\text{א})$$

$$(x-y)dx + (x-4y)dy = 0 \quad (\text{ב})$$

$$(x+2y)dx + (2x+3y)dy = 0 \quad (\text{ג})$$

$$2xdy - 2ydx = \sqrt{x^2 + 4y^2} dx \quad (\text{ד})$$

$$(3y - 7x + 7)dx + (7y - 3x + 3)dy = 0 \quad *(\text{ה})$$

2. פתור את המשוואות הבאות כאשר $x > 0$.
חקור את ההתנהגות של הפתרונות $y(x, C)$ כאשר $x \rightarrow 0$
לכל ערך C .

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x^2} \quad (\text{א})$$

$$y' - \frac{1}{x}y = x \quad (\text{ב})$$

3. פתור את המשוואות הבאות
(משוואות ליניאריות ומשוואות שניתן להביאן לצורה זו)

$$(x^4 + 2y)dx - xdy = 0 \quad (\text{א})$$

$$(3yx + 3y - 4)dx + (x+1)^2 dy = 0 \quad (\text{ב})$$

$$x(x^2 + 1)y' + 2y = (x^2 + 1)^3 \quad (\text{ג})$$

4. נתונה המשוואה $y' + ay = f(x)$ כאשר קיים $M > 0$ כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים $|f(x)| \leq M$. הוכח כי אם $a > 0$ אזי כל פתרון של המשוואה חסום ב $[0, \infty)$.

5. פתרו את משוואות ברנולי

$$(x+1)(yy' - 1) = y^2 \quad (\text{ב}) \quad y' - \frac{y}{2x} = 5x^2 y^5 \quad (\text{א})$$

$$x^2 y' + 2xy = y^3, x > 0 \quad (\text{ד}) \quad x = (x^2 - 2y + 1)y' \quad (\text{ג})$$

6. מיכל שקיבולו 100 ליטר ממולא בתמיסת מי-מלח, שבה 10 ק"ג של מלח מומס.
מים נכנסים למיכל בקצב של 5 ליטר לדקה. אחידות התמיסה נישמרת על-ידי בחישה מתמידה ו התמיסה זורמת החוצה באותו קצב. כמה מלח יש במיכל לאחר שעה?

7. מצא את העקום ששטח המשולש שנוצר על ידי המשיק של העקום ובין האנך היורד מנקודת ההשקה לציר ה- x יש ערך קבוע a^2 .