

Today I'm 70! **Сегодня мне 70,**

по крайней мере, по Израильскому паспорту. В моём Русском (Советском) паспорте записано, что это произошло вчера, 22 августа.

Я родился в 11:30 вечера 22 августа, а через 2,5 часа, в 2 часа утра 23 августа моей матери исполнилось 20 лет (подарок к 20-летию), так что в нашей семье известно, что мы родились в один день (точнее - в одну ночь), а так как мамин день рождения отмечался 23-го, то и мой тоже, и всё свое детство я знал, что мой день рождения приходится на 23. Я даже не помню, заметил ли эту разницу, получив паспорт, но перед отъездом в Израиль (летом 73 года) я уже знал это. Однако, перейдя границу, решил записать в свой Израильский паспорт к чему я привык – 23 августа, и это стало официальной датой.

Я решил, в подражание Сомерсету Моэму (William Somerset Maugham) постараться сегодня пройтись взглядом по моей жизни. Моэм написал «Вчера мне исполнилось 70...», но и у меня это было фактически вчера.

Биография (родился в..., вырос..., женился..., появились дети..., вышел на пенсию..., ... ещё не умер) – это не то, что мне хочется понять и изложить. В очерке Моэма меня потрясло описание изменения психологии с возрастом. Позднее (10 лет спустя), он написал также «Оглядываясь на 80 прожитых лет...», и затем «В 90-летний юбилей...». К нашему сожалению (но к счастью, как считал бы Моэм), он не дожил до 100.

Я был до недавнего времени человеком с жутким эго, хотя разумом я ограничивал его действие на меня и всегда старался быть справедливым, даже против своего эго. «Справедливость», возможно, была девизом моей жизни. Я, сколько помню себя, останавливался и думал, справедливо ли я поступаю. Поэтому же я не мог выжить в Советской России и в 72-м году решился на запрос о выезде в Израиль. Это казалось тогда абсолютно невозможным, эмигрировать из секретного научного городка, Черноголовка, где я жил и работал. Мы были первые в этом месте, подавшие заявление на выезд. По-видимому, я действовал очень точно (и уж точно очень решительно и смело; например, я ходил с золотым (то есть желтым) маген-Давидом на моём пиджаке, чтобы все видели), потому что, вопреки всем прогнозам (меня называли сумасшедшим – «как ты можешь делать такое для своей семьи?») и после всего одного «отказа», нас отпустили в июле 73-го. Это большая и отдельная история, как это произошло и что мы для этого делали, и я собираюсь когда-нибудь её описать, но сейчас это, опять-таки, не цель.

Моя цель сейчас – понять мое собственное развитие, мои успехи и свои достижения с «высоты» возраста и начинающего уменьшаться эго. Я хотел бы написать «исчезнувшего» эго, но чувствую - это не было бы полной правдой. Что-то ещё осталось, хотя прежней болезненности уже нет.

Итак, научная справка: Я – математик, уезжая из России в 33 года, уже защитил докторскую диссертацию (на самом деле, я подал её в 30 лет, защищал в 31 год, но к отъезду её ещё не утвердили: так и осталась замороженной навсегда), и был на неплохом

счету, хотя занимался очень не современной и не модно звучащей тогда частью математики. Сегодня мы знаем, что много из тех моих работ оказались важными и впоследствии вели развитие нескольких направлений в математике. Но тогда это было жутко не современно, но, возможно, достаточно изящно и красиво для того, чтобы быть на хорошем счету. Только ещё очень молодой Громов сразу же оценил важность и красоту моего доказательства теоремы Дворецкого (сегодня в высшей степени известная работа, оказавшая решительное влияние на развитие метода «концентрации меры» и на создание новой области математики - «Асимптотический Геометрический Анализ»). Но Громов был тогда, как и есть сегодня, особая точка в математике. Мода не влияет на его оценки (хотя его это, я думаю, влияет), он моду создает, и впоследствии (не тогда), после эмиграции Громова в Соединенные Штаты, а затем – в Париж, его поддержка и принятие его вкусом того, что делал я, сыграли абсолютно центральную роль в моём взлете и моих (формальных) успехах. (Справка: Gromov – один из самых влиятельных и лучших из живущих математиков, и это общепринято; многие назовут его сегодня математиком №1, хотя это всегда спорно, особенно для тех, кто имеет «свой» №1).

Я вижу, что уже начал описывать и давать оценку моим научным успехам и достижениям, не закончив «научной справки». Я возвращаюсь к ней.

После моего переезда был длинный период «восстановления». Он продлился несколько лет: во время тяжелейшего периода эмиграции мозг перестал заниматься математикой. Мозг человека подобен тяжёлому поезду, и чем лучше мозг, тем тяжелее поезд: если он (поезд-мозг) едет, его нельзя остановить, но если он остановился, его почти невозможно сдвинуть с места. Поэтому я стараюсь не позволять моим студентам иметь слишком длинный отдых, 2-3 недели может уже оказаться слишком много. Но «восстановление» произошло, и затем начался непрерывный (и не легкий) взлет.

Если суммировать мой статус сегодня, то можно сказать, что я – «очень известный» математик. Однако, я играю здесь словами, понимая их дословно: известный – значит тебя многие математики знают (по фамилии, либо даже в лицо). И действительно, меня знают, возможно, все активно работающие математики, особенно если они не слишком молоды. На это есть много причин, например, я – главный редактор одного из наиболее знаменитых и высокого уровня журналов в математике, GAFA, что есть сокращение от Geometric And Functional Analysis, - журнал, который мы создали с Громовым в 1990 году.

Это само по себе было бы достаточно для известности, но есть ещё много других причин, скажем, мой отец, Давид Мильман, соавтор знаменитой теоремы Крейна-Мильмана, которая входит в стандартные университетские курсы и, значит, фамилия Мильман уже звучит знакомо любому математику. Но имеются и другие причины влияния, например, среди моих близких друзей и соавторов, не только лучший геометр мира – Громов, но и лучший аналитик Bourgain и один из лучших комбинаториков мира, Noga Alon, лучшие топологи, алгебраисты и т.д. И это не все причины, но я не буду идти дальше.

Лишь в качестве подтверждения, одна короткая история. Однажды в Ванкувере я зашел в кабинет одного профессора, очень хорошего моего знакомого, Nassif Ghoussoub, который также был Директором PIMS (Pacific Institute for the Mathematical Sciences). На специальной доске было много фотографий десятков, может быть даже сотен, математиков, сделанных на конференциях, в основном группами. Насиф сказал мне: «Ты знаешь, тебя сразу узнают все, кто входит, а других, даже таких знаменитостей как Bourgain, не все».

Однако все перечисленные выше причины не говорят о том, какой я в действительности математик. Поэтому я и написал выше: очень известный в буквальном смысле – несомненно, но каков научный уровень - это другой вопрос, который надо анализировать.

Я хочу здесь отметить одну удивительную, но естественную вещь: значительные организаторские способности и понимание ситуаций и людей очень отрицательно влияют на признание за ученым высокого класса. Действительно, талант хорошего организатора очень редок, как и талант математика высокого уровня. Таланты эти «независимы» (мы сказали бы «являются независимыми событиями») и, значит, их совпадение в одном лице уж совсем редкое явление. Поэтому большинство хороших организаторов в науке не слишком высокого уровня учёные. Но этот, организаторский, талант виден сразу, не нужно анализировать нетривиальные научные работы, чтобы его принять. И тогда рефлекс ставит под сомнение научный уровень учёного, очевидным образом преуспевающего в своих организаторских начинаниях.

К сожалению, мои успехи в построении департамента математики в Тель-Авиве, в интенсификации научной жизни в Израиле, в приеме и абсорбции научной эмиграции в Израиль, в создании одного из лучших мировых математических журналов, и многом другом, были общеизвестны, общеприняты и действительно существенны.

Так что мне всё время приходилось биться за принятие в высшую лигу и многие «доброжелатели» и завистники могли использовать эти мои успехи против меня. Ведь достаточно быть очень «положительным» и сказать «боже, какой он хороший организатор», и промолчать про науку.

Я никогда не стремился быть на официальных постах (лишь пару раз это было необходимо для успеха дела), но всё удавалось мне «со стороны», с «налету», даже когда мне не хотелось принимать участие. В математике это не было так; каждый успех был тяжелейшей работой и часто выглядел, по началу, как частичный успех.

Кстати, я вспомнил здесь смешную историю, также связанную с Nassif, о котором я уже писал раньше. Летом 1985 года только что закончился 84-85 академический год, в котором я имел невероятный успех. Этот год я провел в Париже, в институте IHES (где постоянным членом работал и работает Gromov; там было всего 3 постоянных членов - математиков и институт был наиболее престижным местом для математики в Европе). Я позже подсчитал, что сделал за этот год 15 или 18 научных работ – наилучший научный

год в моей жизни. Кроме моих собственных, это были совместные работы с Bourgain, Gromov, Pisier (как звучат эти имена сегодня!), и позже, уже летом, с König и Tomczak-Jaegermann. Где-то летом была огромная конференция, на которой я должен был делать часовой доклад. К тому времени также стало известно, что меня приглашают на секционный, 45-минутный, доклад на Международный Математический Конгресс в Беркли (в 1986 году), что является огромной честью и признанием (Конгрессы проходят раз в 4 года и по важности и отбору напоминают скорее Олимпийские Игры в спорте; такое приглашение определяет статус математика до конца его жизни; я получил ещё одно такое приглашение 12 лет спустя, на Берлинский Конгресс 1998 года).

Так вот, во время этой конференции, мы сидели большой компанией во время обеда (lunch) и Nassif вдруг сказал: «а как, Виталий, чувствовать себя абсолютным победителем?» Было гробовое молчание, все мои «соперники», которым было очень трудно принять, как я обходил их, были в этой группе, но Nassif усмехался, он очень умный психолог (и математик, и организатор) и точно знал, что он делает. Все любили его, и поэтому это сошло ему с рук.

Так что к середине 80-х годов признание приходило, но с ним приходила и зависть и неприязнь со стороны тех, кого приходилось обходить, когда идешь вверх (как и в мире животных; а мы, люди, совершенные животные в этом вопросе). Кто-то шел медленней, а кто-то уже был на своей вершине и мог (либо уже начал) идти только вниз.

...Мне становится страшно: неужели я всё ещё переживаю эту «борьбу», эти проблемы взлета? Или это только воспоминания, необходимые, чтобы почувствовать время? Мне не хочется возвращаться назад, в психологию тех лет.

Итак, как ни стараешься это отложить, но приходится всё же обсуждать, что же я всё таки сделал. Ну, опубликовал порядка 170 научных работ; но как они сдвинули математику и вошли в нее?

Я хочу думать об этом большими мазками, вообще без деталей, и почти что без «теорем», из которых, как многие люди думают (включая математиков!) состоит математика (что совершенно не так).

Ещё до отъезда в Израиль я открыл (необычное слово для математики: не «доказал», а «открыл») два явления, два принципа в поведении систем с очень большим числом переменных (числом переменных, асимптотически растущем к бесконечности). Один из них известен сегодня как принцип концентрации меры (concentration of measure phenomenon) и, следуя Громову (см. его обзоры к 2000 году), его начинают называть «Levy-Milman concentration phenomenon», возможно я поговорю об этом позже. Другой – принцип спектра (concept of spectrum / distortion) («спектр» - я называл его в своих первых работах на эту тему в 60-х годах), который теперь, опять таки следуя Громову (1983), а также Пестову, называют Ramsey-Dvoretzky-Milman phenomenon (либо также Ramsey-Milman phenomenon). Владимир Пестов написал недавно книгу под этим названием. Я не стану давать математическую картину этих понятий (есть много книг и обзоров, к которым

можно отослать специалистов), но лишь скажу, что принцип концентрации меры связал геометрию с анализом и теорией вероятности, изменил наш взгляд и нашу интуицию на поведение многопараметрических систем: вместо полного хаоса и возрастающего разнообразия, мы обнаруживаем с ростом размерности весьма организованное и упорядоченное поведение, вместо «почти случайного» поведения – «почти однозначно определённое». Да, как и в случае закона больших чисел и центральной предельной теоремы Теории Вероятности, но только при поразительной общности, где все обычные и кажущиеся естественными ограничения и условия Теории Вероятности «сметаются» и заменяются общим принципом «концентрации».

Принцип концентрации оказался невероятно мощным инструментом доказательства. Громов сказал однажды, что открытий такого ранга в Анализе во второй половине 20-го века почти не было. Многие выглядевшие совершенно непонятными и трудными теоремы «падали к ногам» при правильном использовании концентрации. В последствии я читал не один раз, что это мое доказательство теоремы Дворецкого и метод концентрации меры создали современное направление в математике – «Асимптотический Геометрический Анализ».

Второй принцип, принцип «спектра», возник в моём воображении на самом деле первым. Именно через него я пришел к необходимости использовать концентрацию (и нашел, к тому времени уже 50-летней давности, работу и книгу Paul Levy), доказал, как следствие этого принципа, теорему Дворецкого, и пошел дальше, изучая уже совершенно не линейные объекты (многообразия Грассмана и Штифеля).

Мое доказательство теоремы Дворецкого было первым после Дворецкого (я останавливаюсь, чтобы не сказать больше), 10 лет спустя после него. Его доказательство состояло из 50 страниц тяжёлого анализа с геометрией, и я не уверен, что его хоть кто-то прочел полностью (мне такое лицо не известно). Мое было всего 2-3 страницы математики и разные следствия этого подхода, всё время используемые и сегодня. Скажем, моя оценка из этой работы размерности сечений, близких к Евклидовым – центральный и постоянно используемый факт, и когда произносят сочетание «Теорема Дворецкого», то обычно имеют ввиду именно эту оценку. До сих пор нет другого доказательства этой оценки, хотя прошло уже 40 лет. Затем появилось ещё несколько доказательств собственно теоремы Дворецкого (в большинстве стимулируемые моим доказательством, как их авторы говорили мне), но не дающие тех же точных оценок.

Опять я вспомнил из прошлого попытку изменить историю. В 1996 году наша группа получила семестр в Институте Математики в Беркли (MSRI). В качестве вводных лекций к центральным темам семестра, в основном для молодого поколения, читались несколько мини-курсов. Один был по принципу концентрации меры. Я не назову, кто его давал. Слишком больно, это был человек, которого я считал моим очень близким другом, да и хочу считать сегодня. Но я всегда знал, что он имел на много более близких друзей, которых, возможно, хотел порадовать. Как раз стало известно, что я приглашён сделать

Пленарный доклад на Европейском Конгрессе математиков 1996 года в Будапеште. Такие конгрессы были организованы лишь с 1992 года по стилю Международных Конгрессов, также раз в 4 года. Всего было 10 пленарных докладов (для аудитории в, по крайней мере, 1000 человек), и уровень почета быть приглашённым был очень высок. Я должен заметить, что для меня было особенно важно то, что меня представлял на Научной Комиссии и настаивал на моём приглашении великий аналитик 20 столетия L.Carleson. Эта информация закрыта, но один член комиссии рассказал мне это; он также рассказал, что Carleson читал мои работы и сделал доклад по ним перед Комиссией. Я думаю, меня не сразу отобрали, и была борьба. Carleson лично позвонил мне в кабинет уже где-то в декабре, как мне помнится, и попросил принять приглашение; я «поломался» ровно 30 сек. и согласился. Но это было «солью на раны» моих потенциальных соперников и зависть людская перешла границы мною ожидаемые.

Итак, этот математик, мой друг, рассказывал о концентрации меры, не упоминая меня. После первой (либо уже двух) лекций я даже наивно спросил его об этом. Он ответил, что он приготовил место, где он говорит обо мне. Я немного успокоился. Наконец, последнюю лекцию, он начал, сказав, что, заканчивая общий обзор концентрации меры и перед примером её использования – доказательством теоремы Дворецкого, он хотел бы назвать человека, который больше всех других сделал для развития теории концентрации, и это ... (я ожидаю, он назовет мое имя) M.Talagrand, заканчивает он с паузой. Пауза совершенно определённо рассчитана на меня, чтобы я ожидал мое имя. Небольшая усмешка (для друзей: смотрите, как я его). Кстати, Talagrand там не был, он бы сам встал и сказал какая это чушь. Мишель Талагран в действительности работал над проблемами концентрации меры с 1988 (когда я уже закончил и, по его словам, под моим полным влиянием) и доказал много замечательных теорем. Он официально посвящал свои работы мне, и писал в каждой, что идёт по моим стопам и цитировал мою философию, которой следует в этих своих работах. Всё это было известно докладчику очень хорошо, но очень хотелось нанести удар, чтобы «не слишком заносился» (я думаю, я никогда не «заносился»; к примеру, на той конференции, летом 1985 года, о которой я уже писал, ко мне подошел Лиор Цафрири, профессор Иерусалимского университета, очень точный психолог, и сказал: «ты молодец, Виталий, так высоко взлетел в этом году, а совершенно не изменился»). Возвращаясь к той лекции, это не был её конец. Доказательство теоремы Дворецкого, которое следовало - было, конечно, моим (другие известны лишь нескольким специалистам) и это было сказано, однако с предисловием, что это четвертое либо пятое доказательство после... (имена следовали). В книге этого математика, вышедшей 10 годами ранее, были все ссылки и на цитируемые им так называемые «ранние» доказательства, которые были опубликованы на 4-5 лет позже моего (лишь одно через год после моего, но ни одного ни раньше, ни в тот же год).

Я почти получил тогда сердечный приступ. Мне было трудно говорить. Так уничтожают учёных. Примерно так, возможно, совместными усилиями, на очень много лет

уничтожили желание работать у лучшего эксперта в функциональном анализе, эмигрировавшего из России в Америку, Бориса Митягина (его несчастье состояло в том, что один из его настоящих доброжелателей честно написал в отзыве о нём в Американский университет, что, наконец, в Америку приехал один из лучших специалистов по ФА, каких в Америке нет). Но я оказался крепче Бориса (которого я, кстати, очень уважаю и люблю, как мало кого другого).

Закончив этот тяжёлый эпизод, о котором я стараюсь забыть (и не могу), я вдруг вспомнил, что мне угрожали и меня предупреждали о такой возможности за много лет до этого, в 1979 году, когда я был недавним эмигрантом, только начал делать более свободно доклады на английском и начал идти вверх. Было лето 1979 года после годового шабатона в Олбани, штат Нью-Йорк, и перед моим вторым годом в Америке, в Детройте. Почти все известные мне специалисты в нашей области собрались в Колумбусе, штат Огайо, под эгидой Bill Johnson, который регулярно собирал на лето такие рабочие группы (workshops). Я привез с собой совместную с Громовым работу (которая теперь очень известна, но и тогда, сразу же, производила впечатление), а также большое число разных замечаний и наблюдений, не оформленных в работы, которые давали необычную картину взаимодействия разных областей математики с нашей областью (точнее с тем, что я в ней пропагандировал; но я «увел» с собой всю компанию в эту область лет на десять). Вся эта группа не обладала слишком большой математической культурой, так что то, что я рассказывал, производило большое (слишком большое?) впечатление.

Меня попросили сделать 3 доклада. После двух из них, неожиданно, в наш номер в гостинице постучал Лиор Цафрири (Lior Tzafriri). Это очень интересный человек, в скором времени профессор Иерусалимского Университета, который недавно, к великому сожалению, неожиданно скончался. Он хорошо говорил по-русски (хотя эмигрировал из Румынии) и вскоре после моей эмиграции часто переводил меня. Я уже упоминал его раньше, он очень точный психолог, великолепный организатор и был главой математического департамента в Иерусалиме много, много раз. Они всегда хотели его. Но в тот период, как оказалось, я был и его конкурентом. Честно говоря, я плохо понимал эти отношения. Но он поставил «точки над і». Это был очень трудный разговор, в присутствии моей жены, и она помнит его до сих пор. Мне было просто сказано: куда я лезу? Почему мне не достаточно моей ниши, в которой я могу тихо и спокойно существовать? Зачем я «высовываюсь»? Ведь меня так просто уничтожить, начнём во время докладов (моих) останавливать, вопросы задавать, ... Я не помню всего. Я растерялся, не понимал в чем проблема, почему (и кому – выглядело, что всем) я мешаю. И как я могу «не высовываться»? Не рассказывать мои новые результаты? Или рассказывать их скучно? Лиор очень прямой и честный человек, и спасибо, что он говорил со мной откровенно о проблемах, о существовании которых я даже, наивно, не знал. Он просто первый почувствовал, что я его «обхожу», и животные инстинкты разыграли. Мы наладили отношения впоследствии и нашли общий язык (он говорил мне это). Но только после этого

доклада (в Беркли, почти 20 лет спустя) я понял, что имелось ввиду и как можно уничтожить учёного, уничтожить его имя в науке, не упоминать его роль в самых центральных его достижениях (но упоминать во второстепенных, либо «второстепенным образом»). К счастью для меня, атака опоздала, хотя, возможно, никогда не поздно, и я всегда чувствовал нежелание ссылаться на меня. Этот же математик часто дает курсы и мини-курсы по этой области, и, я уверен, никогда не упоминает мою центральную роль в создании всего направления концентрации меры. Хотя в монографии на эту тему Ledoux и в двух обзорах Громова и его книге это сказано ясно и недвусмысленно, не говоря о Talagrand, который говорит об этом почти что религиозно.

Я снова вернусь в мой русский период, до эмиграции в Израиль. С середины 60-х годов я ввел понятие новых геометрических модулей для исследования геометрии бесконечномерного пространства Банаха. Я называл две (дуальные) конструкции таких модулей β - и δ - модулями. Прошло более 30 лет, и эти модули начали интенсивно использоваться при изучении бесконечномерной геометрии (как это делал и я), но также при исследовании нелинейных задач. Их называют иногда «Milman modules», но чаще – «асимптотические модули», что очень правильно, но при этом одну из конструкций называют асимптотическим модулем гладкости, а другой – выпуклости. Это, я думаю, уже не совсем правильно, я называю это «pollution» в математике, но я решил не вмешиваться в этот процесс. И это трудно объяснить в таком литературном эссе, это уже математика. В целом, pollution в математике – это ненужные, либо непродуманные определения и понятия. Над определением надо думать не меньше, чем над хорошими теоремами. Не отвечающие целям и картине определения засоряют математику, закрепляются, и их уже нельзя использовать там, где они впоследствии будут очень к месту. Не слишком удачные математики часто подменяют яркие результаты просто яркими определениями, за которыми мало что стоит.

Израильский период.

Процесс переезда в Израиль, отказ, разрешение и затем первые годы в Израиле, не был научно легким. Война Судного Дня, начавшаяся через 2 месяца после нашего приезда, не добавила, конечно, легкости. Я совсем не знал иврита, и фактически не говорил по-английски. Всё надо было учить.

До переезда в Израиль я просто любил науку, любую науку (и, конечно, особенно математику). Я посещал все лекции по физике, учась на математика, затем работал с врачами, вводя математические модели в их проблемы. Вначале это было в Харькове, а позже, после переезда в Москву (точнее в Черноголовку), и в Москве. Это сотрудничество было успешным, я понял очень много и объяснил им многое. Врачи изумлялись, как можно совершенно правильно угадывать течение болезни по математическому анализу данных, которые они предоставляли. Иногда я менял постановку их опытов. Я не хочу

уходить в детали, но эти связи доставляли невероятное интеллектуальное удовольствие и удовлетворение. В своём институте в Москве я отвечал за группу по решению «нестандартных задач», т.е. задач, приходивших от всего огромного института (по физике, химии, биохимии) и по которым не знали, что надо делать («нестандартные» - значит методов ещё нет, а на самом деле и формулировок не было; точная формулировка задач была часто наибольшей проблемой, это было искусство, и я очень в нём преуспевал). Я отказывался подписывать работы на эти темы («слишком простая математика» - говорил я), кроме, впрочем, одной работы по полимеризации, которая была уж слишком изящной. Но главы отделов моего института, которые получали с помощью этих работ иногда даже Государственные и Ленинские премии, очень ценили меня и хотели отблагодарить, и впоследствии это сыграло большую роль при получении нами разрешения на выезд из России, из этого секретного тогда городка.

При переезде в Израиль мы послали по почте одну тонну книг, сотни книг по биологии, астрономии, физике, астрофизике и т.д. Мне не приходилось открывать их в Израиле. Я быстро понял, что этот мир не принимает «универсалов». Даже внутри самой математики надо было стать вначале абсолютным экспертом в какой-то одной области. Только уже общепризнанный эксперт «имеет право» зарабатывать дополнительные очки, занимаясь другими областями математики, а заниматься, скажем, биологией или медициной может уже только абсолютно мировой эксперт в математике. (Впрочем, сейчас появились новые области на соединении этих наук, скажем биоматематика, и тогда эта область имеет уже своих экспертов, не «прихожих» извне).

Так что вначале надо было стать узким супер-экспертом. Я стал, но на это у меня ушло порядка 15 лет и столько сил, что думать о более широких занятиях наукой я уже не мог (и юношеское желание тоже перегорело).

Я оцениваю свои потери при переезде в Израиль в 4-5 лет перерыва в работе, с подготовки к подаче прошения о выезде примерно в 1971 году до начала работы летом 1975 над совместной с Фигелем и Линденштрауссом работой в Acta Math, которая считается лучшей работой 70-х годов в Геометрическом Функциональном Анализе, и с которой начинается серьёзный отсчёт так называемой Локальной Теории. Я не люблю это название; оно для меня неправильно расставляет акценты – misleading - , и видит главные цели асимптотической теории нормированных пространств (как я называл её) в решении задач бесконечномерной теории Банаховых пространств, так сказать вспомогательным инструментом. Для меня с самого начала это была независимая область, независимая цель. Я всё время впоследствии, до середины 80-х годов, наоборот, переводил результаты и методы, развитые для целей бесконечномерной теории (например, результаты Mauey и Pisier по теории типов и котипов) на конечномерный язык и точные оценки, без которых результаты не имели смысла в конечномерной (асимптотической) теории.

Следующий большой шаг в моём «раскрытии» произошел после Ливанской войны лета 1982 года, в которой я был солдатом «первой линии», водителем грузовиков в

танковой части. Свое участие в войне я описал в журнале «Мы» Перельмана, 1982. Там полностью опубликовано взятое у меня интервью. Это было (спустя месяц или два) после возвращения с фронта. Мой отец, математик Давид Мильман, умер, когда я был на фронте, и я успел лишь на его похороны, которые задержали до моего приезда. Естественно, все было страшно эмоционально, и интервью в основном эмоционально, хотя с огромным числом фактов, не известных широкой публике до сих пор и которым я был свидетель. И всё же сегодня я бы анализировал эти события точнее и с другими акцентами. Время необходимо для оценки событий. Но здесь я обсуждаю математику, и война (не странно ли?) сыграла огромную роль в моём развитии и прогрессе.

Но в начале, коротко, об уходе на войну. В литературе есть много описаний «ухода на войну». Но израильтяне уходят иначе. Ещё в октябре 1973 года, через два с половиной месяца после приезда в Израиль, в день начала Войны Судного Дня, нас потрясло, как Израильские молодые ребята (и не только молодые) уходят на фронт. По радио передаются коды призыва, и когда называют код твоей части, люди срываются с места и бегут на места сбора, обычно рядом с местом, где они живут. Радио всегда включено, боятся пропустить свой код, и никаких публичных прощаний. Стоят небольшой толпой, ожидая специальный автобус, без провожающих, ни родителей, ни жен с детьми. Может быть, они смотрят из окон, я не знаю, а ребята садятся в автобус и сразу, сходу, уезжают на фронт. Во время Войны Судного Дня, в большинстве, прямо в зону боевых действий.

Так вот, в ночь на второй день Ливанской Войны 1982 года (6 или 7 июня), в час ночи раздался телефонный звонок. Мы ужасно перепугались, что это из больницы. Отец лежал в больнице в финальной стадии рака, и мама вернулась от него ночевать у нас (мы же были в этот вечер с друзьями из Америки, Бернштейнами). И мы перепугались, что звонок из больницы и отцу плохо. Но спокойный мужской голос сказал: «вы знаете, куда вы должны подойти?» Я знал, и вопросов у меня не было. Я собирался «бегом», жена тогда ещё не умела водить машину, и хорошо, что мать ночевала у нас. Она тоже мгновенно собралась. Я заскочил всё же глянуть на спящих детей и выскочил с мамой, которая и отвезла меня к месту сбора, не очень далеко от дома, мог бы и дойти. Никаких прощаний, ни дома, ни с мамой, только «до свиданья», «пока».

Но ждать пришлось долго, обзванивать всех, кто вызывался из моего небольшого городка, требовало времени, и лишь где-то между 3 и 4-мя часами ночи за нами приехали. Поскольку, естественно, мы принадлежали разным частям и направлялись в разные места, автобус вначале идёт к общему месту сбора, куда они съезжаются из многих мест, со всего центрального района. В нашем случае это было просто место в поле, где уже было много автобусов. Но нас не задержали, зашел офицер, и сообщил, с какими кодами остаются в автобусе, а с какими выходят. Почти все остались. И он сказал нам: «вы идёте в Ливан», и мы поехали уже в нашу часть, которая, как мы сейчас узнали, отправлялась в Ливан. Эту поездку в автобусе я помню очень хорошо. Лет пять или шесть назад мы обедали в Париже с Gilles и Cecile Pisier и Michel и Wansoo Talagrand в квартире Gilles. Возможно даже, это

был мой день рождения, потому что Wansoo вдруг спросила меня: «какое событие Вашей жизни, Виталий, Вы вспомните сейчас первым, что приходит Вам в голову?». Я даже растерялся и сказал: ничего, но немедленно поправился: впрочем, что-то пришло. И я рассказал про эту поездку. Минут 40, возможно, а может быть немного больше, мы ехали в абсолютной тишине. Ребята, многие из которых знали друг друга (всё же из одной части и одного района; даже в школе, возможно, вместе учились; ведь они почти все были совсем молодыми, для меня, в мои 43 года, почти что детьми), не произносили ни слова, ни дыхания. Конечно, никто не спал. Мы начинали свой уход на войну, и каждый был с собой. Снаружи была предрассветная тишина, тоже абсолютная. Перед тем, как птицы просыпаются. Я думал о том, как и что я буду сейчас делать, и видел это очень ясно. Потом война, и тут тоже я не имел вопросов (хоть никогда ещё не был на войне), но затем наступала неизвестность, тьма: возвращение с войны. Этого не было, не было совсем. Никакого воображения. В голове крутился известный рассказ Генриха Бьёля о немецком солдате на Русском фронте, который очень хорошо чувствует и предвидит свою жизнь до определённого числа, за которым ничего не ощущает. События в рассказе развиваются, но за это число его ощущения не пробиваются. Наконец наступает этот день, и его... убивают. И вот с этим рассказом в голове, я стараюсь пробиться и, в мыслях, ощутить возвращение. И не могу. Пустота. Конечно, я никогда не возвращался домой с фронта, и эмоциональное состояние было для меня не предсказуемо. Но сравнение с рассказом не отпускало меня. В такой абсолютной тишине мы подъезжаем к расположению части, и вдруг, всё меняется. Забрезжил рассвет, запели птицы, и началась заученная суэта.

Много позже я понял, что это был очень важный этап, эти «40 минут».

Перестраивался мозг, его priorities, уровень его напряженности, внимательности к обстановке. Позже, когда я ездил на машине в Ливане, я запоминал вещи и обращал внимание на детали, которые не мог бы ухватить и держать в голове в моём обычном состоянии. Я имею удивительные тому примеры. «Перестройка» эта способствует выживанию, ведь всё надо видеть и всё надо помнить (и многое я помню до сих пор, я имею в виду маленькие и несущественные сегодня детали). Но одновременно мозг выбрасывает из головы все, что «засоряло» его в мирное время, что не нужно было «там». В результате, вернувшись из Ливана примерно 40 дней спустя (мне кажется, это было 12 июля, мой отец умер в ночь до моего возвращения) и зайдя в свой кабинет после «шива» по отцу, я увидел полный стол исписанных в прошлой жизни моим почерком бумаг, и не мог ни вспомнить, ни понять, что в них написано, что я хотел и над чем работал. Я просто смахнул их все в мусорное ведро и остался с пустым столом.

Забегая далеко вперёд, ровно 25 лет спустя, в тот же день 12 июля 2007 года, в моём офисе раздался телефонный звонок, и мне сообщили, что мне присудили самую большую премию (ЕМЕТ), существующую в Израиле, за достижения в математике, а также за мою деятельность по поднятию уровня математики в Израиле. Я вижу в этом определённую символику. Цикл Ливанской Войны был для меня закончен.

А тогда в 82-м в почтовом ящике меня ждал присланный Teissier отпечаток его работы, связанной с классическими задачами выпуклости (хотя и с точки зрения алгебраической геометрии, которой я совершенно не знаю). Меня заинтересовали эти задачи и классические понятия смешанных объемов, и геометрические неравенства, с ними связанные. Через несколько недель я уехал в Америку через Париж, прийти в себя после войны и вернуться к математике. В Париже, конечно же, я встретился с Громовым, и между рассказами о войне расспрашивал о смешанных объемах. Он подарил мне только что вышедшую книгу Бураго и Залгаллера на эти темы. У него оказалось два экземпляра (один он купил, и один ему прислали авторы из Ленинграда). На мою совершенно опустошенную войной голову эта новая для меня математика легла легко и с удовольствием.

Так начался новый этап в моих интересах и в развитии всей асимптотической теории, которая из теории конечномерных нормированных пространств («Локальная теория») превратилась в конгломерат теории выпуклости и геометрических неравенств (но с новым для этой теории асимптотическим по растущей размерности уклоном) и проблем и методов геометрического (конечномерного) функционального анализа. Уже через год, летом 83-го я делал доклад в Париже на Конференции в честь ухода на пенсию Лорана Шварца, где в центре были смешанные объемы и новые проблемы асимптотической теории нормированных пространств, и совершенно новые подходы к их решению, использующие смешанные объемы. Весь сборник статей в честь Лорана Шварца задержался с публикацией и вышел в 85-м. Кроме новых результатов, в статье были также очень кратко изложены некоторые понятия и подходы классической теории выпуклости (идущие от Бруна и от Минковского), которые я использовал. По этим главам многие «наши» специалисты изучали впоследствии используемые в функциональном анализе геометрические неравенства. В этой же работе были поставлены вопросы, из которых я впоследствии (менее чем через год) пришел к так называемой QS-theorem (Quotient of Subspace) – теорема о подпространстве фактор-пространства – очень важный и совершенно неожиданный результат, доказанный мною зимой 84г. в Париже, в дешевой гостинице без душа и туалета в номере, которую шуточно называли «польской» гостиницей, поскольку она была по карману полякам (и мне).

В той работе 83г. (опубликованной в 85г.) я уже приблизился к этой теореме, и знал её с точностью до логарифма (по размерности). Но эти логарифмы обычно очень скользкие и трудно убираемые (и во многих задачах не убираемые), и надежд убрать его уже отработанными методами было очень мало, фактически не было. Мы провели вечер накануне с Bourgain, и когда он отправился на поезд к себе в Брюссель (где он тогда жил и работал), я ещё пошел на какое-то ужасающее кино-action и, вернувшись очень поздно, решил записать небольшое улучшение к логарифмической оценке, которое я нашел. Просто не спалось после просмотренного боевика. В малюсеньком номере стоял малюсенький столик, на котором рядышком помещались три бумажки, но я решил писать.

И вдруг сумасшедшая идея пришла ко мне в голову. Совершенно невозможная, и я вначале отмахнулся. Но затем решил всё же проверить, ... и всё стало сходиться, и логарифм исчез! В это было трудно поверить, это выглядело как в Бароне Мюнхаузене, когда он сам себя за волосы из болота вытаскивал, я имею в виду специальный метод итераций, который я придумал (и который какое-то время назывался итерациями Мильмана).

Имеется много поучительного в этой истории, и я часто рассказываю её, но уже с математикой, моим студентам.

Но тогда я поверил и всё записал ночью, а утром мы встретились с Pisier в его офисе, и я сообщил ему, что проблема решена (вопрос был уже очень хорошо известен и Gilles тоже думал о нём). Он не поверил. Я дал ему написанный текст (всего 3 либо 4 странички; идея сработала очень эффективно) и он читал его до ланча. Когда мы пошли на ланч, я спросил его - «ну как?». Он ответил - «ещё не знаю», но уже не говорил, что этого не может быть. Конечно, это выглядит слишком долго для супер-эксперта, читать 3-4 странички несколько часов и не быть уверенным, но подход был уж слишком сумасшедшим (либо казался тогда, в начале, таким; теперь уже привыкли, ну и существуют менее сумасшедшие доказательства). Только к 4 часам вечера (было время идти пить кофе) он принял доказательство (и мне показалось, был даже расстроен). Через два года, фактически за этот результат, я получил приглашение на 45-минутный доклад на Международном конгрессе в Беркли.

Возвращаясь к работе о смешанных объемах, там была также поставлена проблема, из которой произошел впоследствии так называемый М-эллипсоид (Milman ellipsoid – общепринятая сегодня терминология, введённая Pisier). Я решил эту проблему в июне 1985 г. в Киле, когда гостил у Hermann König. Мы работали с ним над дуальностью энтропии, и сделали первый (общий) важный случай энтропийных чисел пропорциональных размерности пространства. Я приехал в Киль на машине из Парижа, где мы провели весь предыдущий академический год, вместе с семьей – женой и двумя ещё маленькими детьми. Тот самый, мой лучший научный год.

Поселить нас в самом городе было негде, и нам сняли небольшую комнату с половинкой, километрах в 20-ти от Киля, на ферме, где под окном ходили огромные свиньи длиной в два-три метра. Они были величиной с лошадь, я никогда не видел свиней таких размеров. И вот там, опять таки за малюсеньким столом за ширмой, я понял построение М-эллипсоида и решил проблему. Это опять были итерации, но совсем другие. Доказательство было очень сложным, и только Bourgain полностью понял его (я рассказал его ему в Бонне, куда он приехал навестить меня уже в июле), а также Nicole, которая была в Киле и наблюдала за каждым шагом и прогрессом доказательства. Этот результат (о существовании М-эллипсоида) оказался наиболее важным из всего, что я сделал в тот период. Ещё сейчас его роль в асимптотической теории продолжает возрастать. Он существенным образом используется во многих, возможно в большинстве, результатах асимптотической теории выпуклости последних 20 лет.

Я должен сказать, что за пол года до этого, ещё в Париже, мы с Jean Bourgain доказали изоморфную версию проблемы Малера (почти что 50-ти летнюю проблему к тому времени). Это очень известная работа с большим числом ссылок, я думаю более ста, используемая далеко за пределами нашей области. Этот результат был одним из четырех результатов Bourgain-а, специально отмеченных на Международном Конгрессе 1994г., при вручении ему Филдсовской премии - Fields Medal (это самая престижная награда в мире математики, хотя она дается только молодым математикам в возрасте до 40 лет). И это был единственный результат Bourgain-а, отмеченный New York Times в заметке о лауреатах Филдсовской премии в том году.

Этот результат называется также «обратное неравенство Бляшке-Сантало». Мы тоже использовали при доказательстве определённые итерации и оценки объемов, и это помогло мне при доказательстве существования М-эллипсоида, хотя конструкция оказалась намного сложнее. Конечно, сегодня все эти результаты доказываются значительно проще. Но первый проход всегда очень тяжёл.

Я уже дважды возвращался и описывал научные события и прогресс, которые сопутствовали мне в течение 84-85 учебного года, и я мог бы продолжать писать об этом ещё очень много. Например, о возникновении понятия «изотропной позиции», которая понадобилась мне для ответа на один вопрос Bourgain-а (и это написано в его работе 84-го года, опубликованной в 86-м). Теперь это центральное понятие асимптотической теории. Но я хочу поговорить о другом, о моих очень странных ощущениях, которые развились в течение этого года уже ближе к весне. Я начал чувствовать приближение решения задач, над которыми работал. Ещё до того, как я знал решение, начиналось сердцебиение и какое-то странное ощущение внутри, сейчас, вот-вот, чуть-чуть напрягись, где-то в подсознании уже всё понятно, и сейчас это надо только «принять», не упустить. И я не ошибался, решения проблем приходили. Я думаю, в тот год каждые две недели решалась новая, не тривиальная и часто хорошо известная проблема. Я отвлекусь здесь, чтобы описать наше состояние во время и сразу после Иракской войны 1991 года, когда скады, запускаемые Саддамом Хусейном, властителем Ирака, падали на Израиль. Есть определённое сходство в ощущениях, но состояние, которое мы испытывали во время войны понятно, и его легче описать.

Когда звучала сирена, у нас было около 90 секунд подготовиться к падению ракет. Все вскакивали (это происходило в основном ночью) и каждый быстро выполнял свою работу, включая ещё маленьких детей: отключали газ, электричество, герметично закрывали одну комнату, в которой мы были (все боялись химической атаки), надевали противогазы, накрывали головы матрасом (в случае очень близкого попадания, на голову могли падать стёкла и предметы с потолка и стен). Конечно, огромное количество адреналина выделялось в кровь, но мы не чувствовали этого, адреналин работал. Вскоре рефлексy были настолько отработаны, что сирена скорой помощи (или полицейской машины) где-нибудь днём и без всякого отношения к атаке вызывала ту же реакцию и

огромный выброс адреналина в кровь. Однако теперь он был не нужен, и мы понимали это немедленно. И наступала реакция на неиспользованный адреналин, очень неприятная и тяжёлая: сердце стучало, всё внутри как будто падало и замирало. Это ужасное ощущение и отходишь от него не сразу. В Израиле в тот период телевидение и радио отключали звук, когда в их передачах была сирена. Машины скорой помощи тоже старались не включать их.

Так вот, ощущения, которые я испытывал, когда решение проблемы «оставляло» подсознание и переходило в сознание было в чём-то сходным. Но вместо ощущения падения внутри начиналось ощущение «томления» вместе с сильным сердцебиением. Возможно, какая-то другая химия выбрасывалась в кровь (либо меньшая доза того же адреналина) и способствовала как этому моему состоянию, так и процессу перехода из подсознания в сознание. К концу лета мне стало страшно. Я боялся, что сердце не выдержит, но остановить прихода этих ощущений не мог. Людмила, моя жена, помнит, как я начал уговаривать себя, что я больше не хочу доказывать теоремы, я не хочу этих ощущений, хочу от них отдохнуть. И через пару месяцев они, к сожалению, прекратились. Спустя несколько лет, когда новая математика того года была уже «переварена», я очень и очень старался вызвать у себя те же ощущения, возобновить мой «контакт» со своим подсознанием (это шутка, хотя, кто его знает), но ничего не получалось. Лишь 20 лет спустя, в середине этого десятилетия, я несколько раз ощущал, что я очень близок к нему, но ничего в те минуты доказано не было, и событие не завершилось. Вот так мы всегда хотим, чего не имеем, а когда имеем – боимся.

Я имею другой пример связи подсознания с «химией» организма. Этот пример идёт от одного из самых талантливых математиков нашего времени, Gabber Ofer. Совсем немножко о нём. Ofer (это его имя) был 15-ти летним студентом последнего курса, когда я приехал в Израиль. Затем он уехал в Гарвард получать PhD и вернулся (с PhD, то есть с кандидатской диссертацией) в 18 лет к нам, в Тель-Авив. К 23-м годам он уже был полным профессором нашего департамента. Я был тогда главой отделения математики и сумел провести его назначение через Сенат, что было не тривиально для столь молодого человека, однако отзывы о нём от лучших специалистов в алгебраической геометрии (направления, в котором работал Ofer) были ошеломляющие, и это помогло. В итоге, он стал самым молодым профессором математики за всю историю Израиля. Но в то же время, он был абсолютным перфекционистом, явление уже болезненное, из-за чего почти-что не публиковал своих работ (хотя все они аккуратно записаны и сложены на его полках) и известен только в кругу алгебраистов. Но в этом кругу отношение к нему почти-что религиозное. Он часто отвечает на вопросы, над которыми лучшие умы думали годами, с налёту, во время докладов на семинаре, и вся алгебраическая геометрия двигалась вперёд в 80-х и 90-х годах под его влиянием. Например, эксперт №1 этой науки в те годы, Филдсовский лауреат Pierre Deligne написал в своём отзыве в наш Университет, что он задал Gabber во время конференции вопрос, над которым работал целый год и не мог на

него ответить. Не закончилась неделя конференции, как Gabber принёс полное решение. Pierre добавил: «я уже думал, что мне пора бросить заниматься математикой, когда узнал, что то же самое происходило со всеми вокруг меня».

В то время, в начале 80-х, я очень много занимался этим, совсем ещё молодым и совершенно не похожим ни на кого, юношей. Считалось, что он ближе всего ко мне, и только я могу как-то влиять на него. Количество историй о нём могут заполнить книгу, но здесь меня интересует только одна. Итак, Deligne написал большую статью (порядка 200 стр.), которая должна была быть совместной работой с Gabber, и Gabber должен был прочесть текст и дать своё заключение и замечания. Его перфекционизм затягивал публикацию очень важных результатов, Deligne нервничал и просил меня помочь. У меня был разговор с Ofer-ом. Его позиция состояла в том, что в работе в разных местах есть ошибки, и поэтому он не может согласиться с её публикацией. «Но ведь это не возможно» - реагировал я – «Я не верю, что ты указываешь на ошибку Deligne, а он не исправляет её». «Всё не так просто», отвечает Ofer. «Они (история длилась годы и у работы появились другие соавторы) хотят изложить всё на таком уровне абстракции, на котором многие детали теории никогда не были точно проверены и записаны. Я не могу указать, где не всё идёт как написано, но когда я читаю не точное либо ошибочное утверждение у меня болит живот, и когда я читаю этот текст живот болит всё время!»

Я не имел, что ответить. Работа, на самом деле книга порядка 350 стр., так и вышла без соавторства Gabber, хотя в первом же абзаце введения написано, что авторы считают Gabber одним из соавторов этой статьи, который, не будучи простым смертным, как остальные авторы, не смог взять на себя груз возможных потенциальных ошибок.

Итак, похожий знак из подсознания, «боль в животе», либо, скорее всего, неприятные ощущения внутри. Но, как я могу судить по себе, очень неприятные.

Я не однократно старался понять, как работает мой мозг, как приходят аналогии, неожиданно возникает идея. Это трудно «схватить». Мы немедленно фиксируем наше внимание на результате, на конце той цепочки перескока мыслей с одного эпизода к другому, и когда, даже через минуту, хотим понять, как пришла мысль, весь переход уже «затух», мозг забыл о нём. Лишь несколько раз мне удавалось хватать эту цепочку за хвост и разворачивать её назад, пока она ещё не исчезла из памяти. Результаты были потрясающие. Эпизоды переходили от начального к конечному – к результату, который я фиксировал, через 6-7 других эпизодов, каждый раз по очень ясной аналогии, но никакой, абсолютно никакой связи не было между средними звеньями и концом либо началом. Вместе с тем, конечная мысль часто имела смысл, была важна. А промежуточные звенья важны (или нужны) не были! Возможно, это очевидно, что я был в то время под впечатлением «потока сознания» Джойса (почему-то запрещённых книг в те годы в России). Кстати, я никогда не «ловил» цепочку длиной более 7, и это, как я понял десятилетия спустя, имеет смысл. Во втором томе «Visions in Mathematics; Towards 2000», GAFA 2000, это обсуждается в части «Discussions at the Dead Sea», в обсуждениях о

«Математике в Реальном Мире».

В самом начале занятий наукой я даже ставил опыты на себе. Например, я заметил, что работа по 10-12 часов без перерыва с вечера до утра переводит мозг в совершенно новое состояние. По-видимому, как во время бега на длинные дистанции, приходит «второе дыхание», и мозг переходит в другой режим. Кто не пробовал этого и не ощущал этого режима, тот не знает силу своего мозга, каким мощным инструментом он наделён. Я не часто ощущал это, и уже к 30-ти годам не был физически в состоянии работать в таком напряжённом режиме. Мне трудно описать это состояние сегодня, прошло слишком много лет, но я завидую сам себе, молодому, когда мог его испытывать.

Но вернёмся от фантазий к математике.

Результат об M -эллипсоиде, на котором я прервал своё повествование, назывался тогда, когда я его сделал, «обратным неравенством Бруна-Минковского». И это сходство в названии с предыдущей совместной с Жаном работой («обратное неравенство Бляшке-Сантало»), а также схожесть планов доказательства, привела тогда к ироническому замечанию Pisier – «теперь пойдут обратные неравенства» (явный намек на его абсолютное неуважение к этому новому результату). В разговоре с Gilles (в августе того же лета), я уже имел в руках короткую статью без подробных доказательств для CRAS (французский аналог ДАН СССР), и собирался писать подробную статью со всеми деталями для *Annals* (лучший математический журнал того времени). Это должна была быть очень тяжёлая работа и ирония Pisier остановила мой порыв. Его мнение было очень важно для меня, и хотя я продолжал верить в важность этой работы, но уже перестал верить, что она будет также быстро принята другими. Я потерял многое от того, что отказался писать подробную работу. Очень скоро Gilles понял, что это очень важный результат, и пытался доказать его сам. Это ему вначале не удавалось, и он пытался расшифровать мою короткую заметку (с подробным планом доказательства). Я считал, что для него того, что написано, должно было хватить, но почему-то он не смог пробиться и восстановить детали. Это длилось порядка двух лет и, мне казалось, было основным его занятием в то время. Его гордость не позволяла просто попросить меня встретиться и изложить ему все детали. На каком-то этапе он усомнился, доказал ли я эту теорему и спросил Bourgain. Jean ответил ему, что он понял все детали и может рассказать. Для Gilles этого было достаточно, и он продолжал работать над своим доказательством. Я сделал однажды 3-х часовой доклад об этой работе на семинаре Громова в IHES. По дороге назад в Париж в поезде метро мы продолжали обсуждать доказательство. В этом разговоре мы поняли, что использовать метод покрытий (энтропию) вместо точных оценок объема, как я это делал, может быть полезно и упростит какие-то шаги. Думаю, он первый сказал «А» в этом направлении, но в беседе, ещё под вопросом, и это было немедленно развито нами в понимание. В таких случаях, я всегда считаю, что что-то понято совместно. Но в этот раз мне захотелось сказать «Gilles понял...», захотелось сделать жест в его сторону. Впоследствии он воспринимал это слишком серьезно.

Ещё через какое-то время Gilles нашел свое доказательство этой и подобных теорем, совершенно замечательное (и абсолютно не тривиальное), которое давало также очень не тривиальную дополнительную информацию. К сожалению, мы не продвинуты настолько, чтобы уметь использовать эту информацию для новых принципиальных фактов. Только для улучшения оценок, которые затем не знаем как использовать. Но не многие понимают, что такое «принципиальные новые факты», и улучшение оценок с неизвестной и неопределённой целью и есть главная цель средне-солидных работ. Я ожидаю и надеюсь, что понимание того, как можно использовать эти улучшения Pisier для принципиального продвижения асимптотической теории, придёт, и это будет большой день для нас.

Кстати, одновременно с доказательством Pisier, я также дал новое и уже очень понятное доказательство обоих «обратных» неравенств. Pisier мгновенно понял его и был очень доволен. Я думаю, что сегодня именно это, второе мое доказательство известно экспертам. В обзорах на эту тему излагается только оно.

Оба «обратных неравенства» имели уже понятное звучание для специалистов в классической теории выпуклых тел. И эти работы были немедленно замечены. Особенное влияние произвело одно следствие обращения неравенства Бруна-Минковского. Оказалось, что в больших размерностях произвольное выпуклое тело (после специального выбора координатной системы, так называемая, М-позиция тела) обладает весьма малым разнообразием. Всегда существует (всего) два поворота таких, что выпуклая оболочка пересечения тела со своим первым поворотом и второго поворота этого пересечения очень близка к евклидовой сфере (расположена не более чем на фиксированном расстоянии от евклидовой сферы, и расстояние это не зависит от того, насколько велика размерность). Это совершенно, абсолютно противоречило интуиции, и эксперты теории выпуклости не могли вообразить, как это можно доказать (после того, как решили поверить, что это правда). С этой работы началось мое сотрудничество со всеми направлениями теории выпуклости, которое продолжается до сих пор.

Я должен сказать, что изменение интуиции определяет для меня возникновение нового направления в науке в целом и в математике в частности. Наше мышление и понимание основано на интуиции, и лишь оформление понятого формально. Очень часто интуиция выбрасывается из формальных текстов, и статьи очень обедняются. Получить «не ожидаемый», удивляющий результат дает высшее наслаждение, и говорит об изменении интуиции. Потому что «удивительный» означает несоответствующий установленной интуиции, не продолжающий путь, по которому мы привыкли идти.

Я часто даю моим студентам следующее сравнение, чтобы объяснить, как работает наш мозг. Мы видим вещи в точности впереди нас, как лошади в городе, которым полностью закрывают боковое видение, чтобы они не отвлекались и не боялись того, что происходит справа и слева от них. Любой поворот в сторону (от проторенной дороги) мучителен, затруднен и для многих почти не возможен. Вероятно, этот консерватизм был важен для нашего выживания на ранних этапах человеческого развития. Но сейчас надо

изо всех сил стараться «поворачивать голову», стараться видеть новое. Лишь очень немногие математики делают это часто и хорошо. Это совершенно другой параметр в нашей работе, чем умение доказывать даже очень трудные теоремы.

Итак, результат за результатом того времени демонстрировал нарушение старой интуиции, строил новую интуицию и, тем самым, новую область математики. Я выбирал для нее название между несколькими вариантами, и в итоге мы остановились на «Асимптотический Геометрический Анализ», и под ним она вошла в курикулум последнего Математического Конгресса рядом с «Функциональным анализом». Конечно же, Нога Алон, мой друг, соавтор и сотрудник по департаменту записал его так по моему предложению. Он был председателем Программного Комитета Конгресса 2006 года – огромная честь.

Отвлекаясь, я должен заметить, что я ввел в математику много наименований в очень далеких от меня областях, которые быстро становились общепринятыми. На это не следует давать ссылок, и я надеюсь, что мои откровения не вызовут удивление и «истеричку» у экспертов в этих областях. Например, чтобы коротко описать, чем занимается Гельфанд, я назвал всю его область деятельности «Алгебраическим Анализом» и это немедленно прижилось. Мы поспорили тогда с моим другом Пятецким-Шапиро, недавно скончавшимся после продолжительной тяжелой болезни, с которой он боролся несколько десятилетий, что я смогу определить всю математическую деятельность Гельфанда двумя словами. Он не верил, что такое возможно, но, изумившись, сразу принял это сочетание (это было в первой половине 80-х годов). Десять лет спустя мы прогуливались с Гельфандом в лесу IHES (в Bures-sur-Yvette, пригороде Парижа), и я сказал и ему, что двух слов достаточно для описания всей его математики (он занимался не только математикой), и он, который считал себя энциклопедией математики и что он занимался всем, изумленно и сердито посмотрел на меня. Я произнес эти два слова, и он остановился, задумался, и произнес: «Вы знаете, я согласен».

Так же сочетание «Асимптотическая комбинаторика» было использовано мною впервые в плане на летний семестр в PIMS (Ванкувер), как одно из многих направлений нашего семестра. Увидев это, Вершик немедленно созвал конференцию в Институте математики Санкт-Петербурга под этим названием, возможно, потому что оно ему понравилось (и он действительно один из ведущих экспертов в этой области), а возможно, чтобы срочно «застолбить» название за собой. Были и другие общеизвестные сегодня названия.

Я вспоминаю в связи с этим занятный эпизод. В Израиле, в 1997 г., в связи с получением премии Вольфа, делал доклад физик-астроном John Wheeler. Было это у нас на факультете в огромной аудитории, заполненной до отказа. Так вот, мне запомнилось его высказывание о роли слова в науке. «Не недооценивайте важность правильно отобранного слова в науке», сказал он, - «если бы я не придумал когда-то сочетание «черная дыра», я бы не стал знаменитым, эту область никто бы не знал, я бы не получил премию Вольфа и

не стоял бы сейчас здесь». Все рассмеялись, но глубокая правда стоит за этим. Трудно произносимая, не «вкусная» комбинация слов, скорее отталкивает людей от области, и определённо не помогает привлекать. Совершенно катастрофический пример в эту сторону дает следующее сочетание: *hereditary indecomposable spaces* (сокращенно HI, и произносят смехотворно – хай, то есть «здравствуйте» по-английски, мне так и хочется добавить по-одесски: «здравствуйте, я ваша тетя»). Эти пространства были открытием середины 90-х годов, и Tim Gowers получил за серию работ в этом направлении Филдсовскую премию (по моему представлению и при моей поддержке). Но он был слишком молод и не он определял терминологию, а другие эксперты (так же эксперты в том, как тем самым уничтожить потенциально хорошую математику). Я пытался вмешаться и предлагал разные варианты (например «атом», поскольку эти пространства и никакую их линейную часть невозможно было разложить). Общие топологи, которые создали подобные объекты (уже без всякой линейной структуры) приняли мое предложение, но для специалистов в бесконечномерных пространствах Банаха, в течение определённого времени, отсутствие здравого вкуса было почти что символом и «хорошим» вкусом.

Возвращаюсь к началу сотрудничества с группой по Теории Выпуклости и очень богатому и красивому предмету Геометрических Неравенств. Начиналось оно медленно. Rolf Schneider пришел на мой доклад в Bern в 1987 (а может быть в 1990). Erwin Lutwak был приглашен нами на конференцию в Банф в 1988 г. (кстати, первую математическую конференцию в Банфе, которую организовали Nicole Tomczak-Jaegermann и Nassif Ghoussoub по моей просьбе – за пару лет до этого мне очень понравилось это место; впоследствии Nassif решил, что идея была достаточно удачной и создал там постоянный центр конференций, проводимых в течение всего года, и сегодня он - Директор этого центра). Наконец, в 1989 г. приглашение Peter Gruber на специальный Коллоквиум по Выпуклости было уже серьезным контактом, после чего последовало приглашение, в 1990г., в Обервольфах на неделю Выпуклости, и контакт стал постоянным.

Я жадно слушал их лекции, уча по ним Теорию Выпуклости, часто новые для меня понятия и проблемы. Если проблема мне нравилась, я прикидывал, кто из моих учеников может её решить, кому задачи могут понравиться. И несколько успехов здесь были потрясающими. Например, в 95г., на конференции по Теории Выпуклости в Кортоне, Rolf Schneider говорил о новом прогрессе в работах по **valuation** (это были результаты Klain и его). Я не был знаком ранее с этим понятием и не знал о большой проблеме описания всех инвариантных по отношению к сдвигам **valuations**. Проблеме было уже между 50 и 70 годами (зависит от кого мы ведем отсчёт), и ни каких идей как атаковать её в общей форме. Я сразу решил, что мой студент Семен Алескер подходит для решения этих вопросов. Но для начала я изменил вопрос и попросил его описать все **valuations**, инвариантные по отношению к вращениям. Это абсолютно не естественное изменение задачи для теории выпуклости, но естественное для теории нормированных пространств. Я

оказался дважды прав. Во-первых, Семен вписался в эти задачи, и в итоге он решил все открытые здесь проблемы и пошел намного дальше. Он получил за это приз лучших молодых математиков Европы в 2000 г. на Европейском Конгрессе в Барселоне, приглашённый доклад на Международный Математический Конгресс в 2002 г. в Пекине, и давно уже полный профессор в нашем Департаменте. А во-вторых, мое предложение вначале заняться инвариантностью по вращениям оказалось правильным шагом. Он быстро сделал это, и работа опубликована в *Annals*. Компактность группы вращений упростила задачу, и теория представлений сыграла ведущую роль. После этого он уже понимал, какую математику надо использовать в случае группы сдвигов. Это была опять таки теория представлений, D -модули Бернштейна, которые он изучил на его лекциях. Доказательство весьма не тривиально и потребовалось ещё 2 года, чтобы довести решение проблемы до конца. Я с удовольствием опубликовал эту его работу в *GAF*.

В середине 90-х у меня появилось много учеников, и между тем временем и сегодняшним я выпустил 8 Ph.D. и ещё 4 учатся сейчас либо начинают учиться с этого года. Двое из этих восьми получили Европейские призы лучших молодых математиков и доклады на Международных конгрессах и один из них, ещё и Salem Prize, и оба также много других отличий. Они не единственные из моих учеников, кто мог бы получить аналогичные отличия (и кто получал другие отличия), но так распорядилась судьба. Я уверен в том, что вскоре этот список пополнится. Так что я могу считаться хорошим учителем (я не буду сейчас углубляться в эту область моей деятельности, время ещё не пришло).

Однако возникает естественный вопрос, почему у меня почти не было учеников до этого времени. Ведь мне было в то время уже больше пятидесяти. Формально, я подписал два Ph.D. Theses в 90-91 г.г. двум выдающимся молодым математикам, Полтеровичу и Резникову, которые приехали в Израиль без Ph.D., но были уже сложившимися учёными. Просто антисемитизм до 90 г. в России не дал им получить Ph.D. там. Я также очень заботился о них, и они всегда отмечали это. К сожалению, Саша Резников трагически погиб. Последний раз я виделся с ним на Европейском Конгрессе 2000 г. в Барселоне, где он делал приглашённый доклад – также огромное признание его достижений. Полтерович получил Европейский приз в 1996 г. на Конгрессе в Будапеште и был приглашён на Международный Конгресс в Берлине в 1998. Так что я очень горд обоими.

Моим первым настоящим учеником в Израиле с середины 70-х был Хаим Вольфсон, мой первый студент на Мастерскую степень, а затем на докторскую (т.е. Ph.D.). Мы написали две очень серьезные и хорошо известные сейчас работы. Вторая из них (совместная также с Bourgain) широко используется и цитируется сейчас в Computer Science. Он был замечательным учеником, но сменил позже профессию на биоматематику, сейчас он профессор School of Computer Science нашего (Тель-Авивского) Университета и, в настоящее время, Декан всего огромного факультета точных наук, в который входит и математика. Несколько лет назад он получил кафедру (Chair) по биоматематике, что

является особой честью в нашем Университете. Скажем, я получил кафедру только в 92 или 93 г. И теперь я хочу заметить, почему после Хаима Вольфсона я не имел официальных учеников. Я подчеркиваю здесь «официальных», поскольку я был связан с молодыми начинающими учёными и влиял на них. Скажем, один из самых лучших сегодня комбинаториков мира Нога Алон проходил службу в Армии вместе с Хаимом недалеко от Тель-Авивского Университета и работал параллельно над своим Ph.D. Он был формально студентом Иерусалимского Университета, но Хаим Вольфсон представил его мне, и он начал работать со мной. Одна из трех глав его Ph.D. – наша совместная работа. Затем, по моему настоянию и совету он поехал на Post.Doc. в лучший центр Дискретной Математики в то время – MIT (Бостон), а не в провинциальный университет, куда он собирался по рекомендации своего формального руководителя. «Вдогонку», когда он уезжал, мы начали совместную работу, которую закончили уже по переписке, оказавшуюся чрезвычайно важной. Сегодня это одна из двух моих наиболее цитируемых работ, а также одна из двух для него. Я думаю, эта работа и атмосфера MIT повернули его к центральным проблемам Дискретной Математики. Конечно, он пришёл бы к ним в любом случае, но он выиграл на этом лет пять. Так что, не официально, я считаю его «почти что» моим учеником, хотя к математикам его ранга это слово совершенно не подходит. Он учёный «от Бога», а не от нас, людей.

Возвращаясь к Вольфсону, я очень переживал, когда он оканчивал Ph.D. Диссертацию. Во-первых, в то время оценка Диссертации обязана была «проходить» через Иерусалим. Я имею в виду, что Тель-Авив видел себя настолько провинциальным, что считал обязательным пригласить одного из судей и председателя Комиссии из Иерусалимского математического департамента. И совершенно блестящая Диссертация Вольфсона была оценена как обычная работа. Линденштраусс сказал простое «нет». Почему? Лишь к концу своей карьеры я понял, что потенциально лучшим молодым людям Израиля объясняли таким образом, что получать Ph.D. надо в Иерусалимском Университете. Много позже, когда я уже стоял очень высоко, на одной Комиссии по раздаче лучших существующих в Израиле стипендий студентам, готовящим Ph.D., я слышал это прямым текстом от одного профессора-физика из Иерусалима. Но есть и большое «во-вторых». Я был бессилён тогда обеспечить Хаима хорошим местом для Post.Doc. Честно говоря, не имея поддержки Линденштраусса, я не мог предложить ему и какое-нибудь средненькое место. В итоге, по рекомендации других математиков, которые хорошо его знали, он поехал в Courant Institute Университета Нью-Йорка. Место-то замечательное, но ехал он туда менять свое направление в математике. И сделал это, как мы видим сейчас, блестяще.

И я принял решение, что не имею права иметь студентов, если не могу ввести их потом в научный мир и научную жизнь. Через десять лет (и даже раньше) я уже мог это делать. Я обладал связями, влиянием и «силой», и студенты «посыпались» ко мне.

Послесловие истории Вольфсона: через несколько лет после защиты Диссертации,

Линденштраусс сам пришел ко мне и сказал, что он узнал много дополнительной информации о Вольфсоне, и понял, какой у него был высокий уровень, и как он, Линденштраусс, был не прав. Но для нашей области это было слишком поздно.

Но, как я уже сказал, глава «об учениках» ещё не созрела. Должно пройти ещё несколько лет, пока я «прочувствую» эту тему. Я всё ещё имею много студентов, и нужно время, чтобы увидеть картину издалека. Я уже упоминал полугодовую программу в Беркли в начале 1996 г. в связи с очень тяжёлым для меня эпизодом. На самом деле это была чрезвычайно успешная программа. Мы организовали её вместе с Keith Ball, тогда ещё очень молодым и подающим огромные надежды математиком из Англии. К сожалению, он позже тяжело болел, но, я думаю, полностью выздоровел. Это, естественно, не способствовало его работе, но ещё более его карьере мешал его тяжелейший характер. Временами я совершенно, абсолютно не понимал его. Я уверен, он обвиняет меня во всех своих бедах (я имею ввиду научное продвижение), хотя на каждом шаге его карьеры (а он всё равно стоит очень высоко) я писал восторженные отзывы в его поддержку. Однако некоторые из его коллег (и соперников) пошли намного дальше него (и тоже с моей поддержкой), и боль ревности затмила в нём реальное видение мира. Мне больно наблюдать это, но отсутствие научного контакта между нами больше сказывается, я думаю, на нём.

Но в 1996 г. всё было ещё спокойно между нами, хотя странные и тогда не понятные для меня вспышки гнева были с его стороны. Но я игнорировал их. Программу мы подготовили очень напряжённую и хорошую, со специальным акцентом на подготовку молодого поколения. И результаты были замечательные. Вот несколько имён начинающих в то время студентов, которые уже стали полными профессорами и выросли в очень известных математиков: Alesker, Barthe, Giannopoulos, Latala, Litvak, Oleszkiewicz, Rudelson и много других (я уверен, что не смогу вспомнить сейчас всех). К примеру, четверо из них делали приглашённые доклады на Международных Конгрессах, двое получили Европейские призы для молодых математиков. Естественно, вся область Асимптотической Теории взорвалась новыми результатами и направлениями.

После 96 г. мы поняли, как важно иметь такие специальные программы, а не просто недельные конференции, и мы стали регулярно организовывать их всюду, где только возможно. За последнее десятилетие мы организовывали дважды вместе с Nicole Tomczak-Jaegermann летние семестры в PIMS (Ванкувер), летний семестр в Вене (я организовывал его совместно с Carsten Schütt), весенний семестр в Париже (вместе с Pajor, Pastur и Pisier). И это помимо большого числа ежегодных конференций и так называемых workshops.

Такая активность дала себя знать и начало прибывать новое поколение. Среди моих учеников это были Boaz Klartag и Shiri Artstein (в последствии Artstein-Avidan). И я не могу удержаться, чтобы не упомянуть Сашу Солина, который ещё не окончил обучения, но уже выдающийся математик. Приход этого поколения дал ещё один всплеск и новые направления развития. Многие проблемы, открытые десятилетиями, были решены, но я

остановлюсь намного подробнее только на одном направлении, которое последние два-три года мы интенсивно развиваем вместе с Shiri Artstein (-Avidan). История этого направления поучительна и для меня, и я не перестаю изумляться новому открывающемуся виду на математику.

Одно из важнейших понятий (конструкций) в геометрии (а также и в математике в целом) есть понятие поляры, либо дуальности. В Функциональном Анализе её аналогом является понятие двойственности, которую также называют сопряжённостью. Это совершенно фундаментальные понятия, и нетривиальные конструкции ведут к ним. Меня часто в прошлом интересовал вопрос, как математика пришла к этим конструкциям, история их создания. Однако я не задавал себе (в прошлом) вопрос, что следует называть дуальностью. Мы принимали сложные конструкции, ведущие к ней, за нечто от Бога данное и естественное. И вот в одной из работ совместной с Arstein и Klartag мы расширили понятие поляры и определили его для специального широко используемого класса функций, то есть не только для множеств. Всё было бы хорошо, но вскоре причины, из-за которых мы назвали введённую нами операцию полярностью, стали рушиться. И выходило, что понятие наше скорее pollution, чем нужное и естественное определение. И встал вопрос о том, что же такое полярность и оправдано ли наше определение и понятие. В течение короткого времени мы поняли всё (и, да!, введённое нами понятие оказалось единственно возможным).

И картина, открывшаяся нам, оказалась удивительной и неожиданной. Полярность (которую мы также называем дуальностью) оказалась операцией, меняющей направление неравенств, если мы имеем дело с функциями, либо направление вложения, если наш объект состоит из множеств. Конечно, класс функций (либо множеств), на котором мы изучаем дуальность, играет центральную роль, и на разных классах возникают разные (и не тривиальные) формулы для описания операции дуальности. В простейшем случае линейного класса вещественнозначных функций, это просто знак «минус», а для класса неотрицательных функций, обращение, то есть $f \rightarrow 1/f$. Однако для более интересного класса всех выпуклых функций, это уже преобразование Legendre (и только оно; в этом интерес результатов: мы описываем все преобразования, меняющие знак неравенства для функций). Конечно же, те, кого эти вопросы заинтересовали, должны обратиться к опубликованным работам для точных определений и формулировок.

С первого же шага в этих исследованиях меня поразило то, насколько мало надо требовать от операции для её однозначного восстановления. Причём эти элементарные условия (изменения знака неравенства) влекут возникновение весьма не тривиальных формул, разных формул для разных классов. Впоследствии мы обнаружили класс функций, для которых существуют ровно два (разных) типа операций, обращающие знак неравенств, и один из этих типов оказался новым преобразованием, новой дуальностью, не известной ранее. Роль Shiri в этом открытии была центральной.

Я должен сказать, это был определённый шок для меня. Математика оказалась

намного бедней, чем я привык думать (есть положительный способ сказать тоже: математика стабильна – «rigid»): интереснейшие и не тривиальные преобразования возникают однозначно из простейших и элементарных условий. Я немедленно решил проверить это на преобразовании Фурье. И действительно, мы показали вместе с Alesker и Artstein-Avidan, что преобразование Фурье однозначно возникает из условия обмена операций умножения и свертки (опять, точную формулировку лучше прочесть в нашей работе). Сейчас мы знаем дополнительные подобные примеры.

Я отвлекусь от этого изложения и опишу другой, классический пример открытия, который поможет мне дать эмоциональную окраску нашим последним работам с Shiri.

Уже более 100 лет назад, в 1888 г., Бруном было открыто одно неравенство, развитое впоследствии Минковским и называемое последние 100 лет неравенством Brunn-Minkowski. Неравенство это имеет совершенно элементарное доказательство (я знаю десяток его доказательств), но обладает невероятной силой и является одним из наиболее важных геометрических неравенств, создавшим современную теорию выпуклости. Среди его немедленных следствий, например, изопериметрическое неравенство в пространстве. Это последнее занимало умы математиков с древних времен, но для меня важны столетия, предшествующие этому открытию. Итак, такие математики как Эйлер, Гаусс и т.д., и т.д. проглядели этот бриллиант. Случайный ли это прокол? Мы идем вперед по этой дороге, называемой Математикой, и лежит на ней бриллиант (типа неравенства Brunn-Minkowski), а мы проходим и не замечаем его. Может быть это случайность, и нет других таких пропусков? Но наши результаты последних лет с Shiri указывают, я думаю, на ещё один такой «прокол». Наш результат о преобразовании Legendre должен был быть известен уже по крайней мере 150 лет, но не был. И я думаю сегодня, что вся наша дорога математики усыпана бриллиантами, которые мы не замечаем. Конечно, их надо заметить, и очистить, но надо помнить, что они всюду вокруг нас. Особенно молодым начинающим математикам.

Просмотрев записи, я вижу, что значительные направления моей активности я вообще не упомянул. Например, мою первую опубликованную (50 лет назад) работу совместную с Мышкисом, на которую продолжают ссылаться и сегодня, и которая набрала более 100 ссылок. Она открыла новое направление, и я видел книги на эту тему. Это была работа по Обыкновенным Дифференциальным Уравнениям, и я не помню ни одного результата оттуда. Впрочем, она и была-то сделана в основном Мышкисом, хотя следующая за ней совместная с ним работа, в которой вводились вероятностные параметры и которую уже в основном делал я, тоже не оставила следа в моей памяти.

Другая важнейшая работа, о которой я ничего не написал, совместная с Rajor работа середины 80-х, по изотропным позициям и изотропной константе. Она открыла целое направление, продолжающееся и сегодня (и она имеет более 100 ссылок).

Я считаю очень важными несколько моих совместных работ с Giannopoulos (помимо двух важнейших обзоров); совместная работа с Litvak и Schechtman (и предшествующая ей

работа с Schechtman) критически использовалась Paouris в его замечательной работе по оценке хвоста равномерного распределения объема на выпуклом теле. Еще не получили должного внимания совместная с Глускиным работа по случайным котипам, работы с Klartag по симметризации (его собственные работы в этом направлении намного более интересные) и по изучению изотропной константы.

Совместных работ с Artstein-Avidan у меня так много и они так разнообразны, что об этом невозможно написать в нескольких словах. Я только отмечу решение нами (совместно также с Szarek, а затем, в другой работе, также с Tomczak-Jaegermann) очень старой проблемы дуальности энтропийных чисел, открытие нового направления алгоритмической «дерандомизации» в геометрических вопросах Асимптотической Теории, и много других работ и направлений, не говоря уже о наших последних результатах по понятию «полярности», о которых я уже говорил подробнее. Обо всех этих и многих других, не описанных в этом очерке работах, возможно, надо будет написать когда-нибудь более содержательно математически, но это явно не для этого случая.

Есть только ещё одна работа, о которой мне хотелось бы рассказать. Это совместная с N.Alon работа середины 80-х (в наших «GAFA Seminar Notes» она вышла уже в сборнике 83/84 гг., но официально, в журнале, была опубликована в 1985 г.). Это та самая работа, о которой я уже писал, что она одна из двух наиболее цитируемых моих работ; я думаю, более 200 ссылок в математической литературе и порядка 400 по ссылкам Google. В этой работе дается серия конструкций так называемых экспандеров. Это чрезвычайно важный объект в теории алгоритмов и теории сложности, и постоянно используется в Computer Science.

Существование таких комбинаторных объектов (графов) было известно, по крайней мере, с 1973 г. (Pinsker). Однако это были случайные объекты, и ни одного примера их конкретного построения известно не было. Впервые Маргулис в 1973 г. дал пример конкретной конструкции экспандера (правильнее всегда говорить о семействе графов, которые представляют экспандер; это асимптотическое свойство семейства). Это была великолепная работа, абсолютный прорыв. Однако механизм за сценой этого примера не был понятен. Многие эксперты работали с этим примером, лишь очень незначительно видоизменяя его. Например, из моих друзей и коллег Gabber Ofer и Zvi Galil. В течение следующих 10 лет, до нашей с Noga Alon работы, не появилось ни одного существенно нового примера экспандера. Для нас же, свойство расширения (expansion), определяющего экспандер, было лишь ещё одним примером концентрации меры, но уже в дискретном варианте. Незадолго до этого вышла моя работа с Громовым (о которой я уже писал) и в которой уровень концентрации оценивался через первое нетривиальное собственное значение оператора Лапласа. Мы с Ногой перевели этот факт на связный граф и написали оценку концентрации на графе через первое нетривиальное собственное значение оператора Лапласа на графе. Экспандеры получались, когда это значение было отделено от нуля фиксированной константой, а порядок (degree) графа был также фиксирован.

Существование таких графов определялось так называемым T -свойством Каждана. Всё было ясно и просто, и примеры посыпались очень простые. Это в каком-то смысле наилучшая математика: примеры наших экспандеров можно было рассказать школьнику, но для доказательства, что это экспандеры, необходимо было использовать много разделов современной математики. Конечно, апостериори, можно сказать, что и пример Маргулиса был построен на тех же принципах. Например, он тоже нуждался в T -свойстве Каждана. Однако это не было достаточно на поверхности, чтобы эксперты были в состоянии построить хотя бы ещё один пример.

Дальше события развивались с чрезвычайной скоростью. Работа наша была немедленно замечена, ещё в форме рукописи (preprint). Ещё до публикации Нога получил от Люботского (тогда ещё молодой Иерусалимский математик) 2-х или 3-х страничный preprint (совместной работы с двумя знаменитыми математиками, Филлипс и Сарнак), в котором со ссылкой на нашу работу, и используя много разной математики для оценки нужного собственного значения, давались другие очень интересные примеры экспандеров. Однако очень быстро Люботский понял, что это чрезвычайно важное направление и всё Computer Science жадно хватает эти результаты. Отношение немедленно изменилось, и те же авторы написали уже очень длинную работу (вместо первоначальной короткой) с сильно уменьшившимися ссылками на нас, но с чрезвычайно расписанными частями в общем-то известной математики. В некоторых докладах, которые я слышал, он вообще уже не ссылался на нас. Позже Sarnak навёл здесь определённый порядок. Для Люботского это стало на много лет одним из его основных направлений. Я должен отметить, что он великолепный математик, и жаль, что «маленькие жадности» омрачают иногда пути развития, уменьшая, по большому счёту, «размеры» учёных. Впоследствии они пошли очень далеко в развитии этой области и достигли трудно ожидаемых успехов. Но начало не выглядело достаточно этичным. Кстати, Маргулис написал тогда же 3 рукописные странички, в которых были все подходы той первой работы Lubotzky-Phillips-Sarnak. Меня это совершенно не удивило. Это была уже просто математическая культура московской школы. В связи с этим небольшой эпизод на эту же тему. В 1983 г. я получил от Alon письмо с версией нашей работы (тогда ещё не было электронной почты), где он спрашивал, не знаю ли я групп с определённым свойством (которое он описал). Это важно, поскольку из нашей работы следует, что такие группы немедленно ведут к новым экспандерам. У меня в офисе находились в это время Бернштейн и Громов, гостившие в нашем Университете. Оба рассмеялись и сказали «на гонца и зверь бежит»: я как раз должен был ехать в аэропорт встречать Каждана. Это его свойство, сказали они, так что он тебе по дороге из аэропорта расскажет. И действительно, вернувшись в мой офис уже с Кажданом, я знал, что такое свойство T и много его примеров. Однако продолжение следовало. Я объяснил всем троим за чем нам это нужно, и каждый выходил к доске и сообщал один за другим разные другие факты и возможности оценивать нужное собственное значение, которые будут приводить к экспандерам. Это и был тот

первоначальный набор, который изложил в своей рукописи Маргулис, и написали Lubotzky-Phillips-Sarnak (в их первой работе на эту тему; я уже писал, что это очень далеко развилось в последствии). Я не хотел продолжать эту деятельность, но сообщил (в письме) всё Ноге. Он ответил, что он тоже хочет взять небольшой отдых от этих проблем и заняться другими задачами. Лишь через несколько месяцев появился наш препринт, и ещё через несколько месяцев те события, о которых я писал.

Кстати, тогда же Каждан объяснил мне, что некоторые группы, не обладающие T-свойством, всё равно можно использовать для наших целей, поскольку мы используем лишь определённые семейства представлений (а не все представления). Одним из немедленных примеров была группа $SL_2(\mathbb{Z})$. Через несколько лет я рассказывал об этом в IAS, в Принстоне, в присутствии Deligne. Ему очень понравились эти приложения частичного T-свойства Каждана. Я вспомнил об этом, поскольку позже, в 90-е годы, Lubotzky ввел для этого новое наименование τ -свойство (τ), вместо того, чтобы, например, говорить о частичном T-свойстве по отношению к определённым семействам представлений. Опять обидное pollution. Понятие «свойство τ » уже задолго до этого использовалось в Геометрическом функциональном анализе для совершенно других целей.

Я заканчиваю на этом писать о математике. Но ещё несколько слов о «признании». Наибольшим признанием для себя я считаю два доклада по приглашениям на Международных Конгрессах и один пленарный доклад на Европейском Конгрессе. Ещё несколько приглашённых докладов очень важны для меня. Например, приглашение на конференцию к 100-летию Колмогорова, часовой доклад в честь 100-летия Paul Levy, и несколько других.

В последние годы я получил также несколько призов (некоторые из них довольно значительные) и много так называемых «distinguished» лекций. На моей «home page» всё это подробно перечислено.

Однако я хочу сказать о том, чего я не получил. На протяжении последних 20-ти лет меня раз десять представляли в Израильскую Академию, но не избирали. Израильская Академия состоит из 2-х частей, и для меня выборы проходили по группе «наук», что включает также физиков, химиков, биологов и т.д. В принципе, я не должен был этого знать, но мне всегда кто-нибудь сообщал. Однажды, один знаменитый физик мне сказал: «в этот раз за вас математики бились как никогда, но в итоге этого не хватило». Я, кстати, не так уверен, что математики «бьются за меня» как один; я уверен в одном исключении. Но я пишу об этом из-за одного случая, и я чувствую свою ответственность за то, чтобы этот случай стал известен.

Однако вначале я хочу отметить, что меня уже очень давно совершенно не трогает эта проблема. Да, в парочку первых раз, когда мне говорили, что меня собираются выбрать, я желал этого, как сумасшедший. Наверное, это означало, что я не был ещё достоин. Но потом это стало совершенно безразличным (то есть, «дорос»), а затем я просто забыл об этом. Вся затея Академий выглядит по сегодняшним меркам немного

смехотворной. Я имею в виду страны, в которых членство в Академии не увеличивает зарплату, как скажем в России. Она нужна тем учёным, которые комплексуют и не уверены в своём статусе, но абсолютно бессмысленна в других случаях. Но история, к которой я перехожу, не бессмысленна. Итак, в 1996 г. (я упоминал этот год уже много раз) Дворецкий решил сам (и по своей инициативе) выдвинуть меня в Израильские Академики. Я не знал этого, но моя секретарша сообщила, что он просил все мои документы, так что не сложно было догадаться. Дворецкий был чрезвычайно влиятельным человеком. Он был одно время Президентом Академии, Президентом Института Вайцмана, и занимал ещё очень много разных постов, влияя на всё развитие науки в Израиле. Я должен сказать, что он очень любил и уважал меня (как и я его, естественно). Где-то в июне мы встретились в Иерусалиме на свадьбе одного из детей Линденштраусса. Он отозвал меня в сторонку и рассказал, что он пытался провести меня в Академию, но что это не удалось и он очень расстроен и сердит из-за этого. Он добавил: «они не хотят избирать «русского»! Конечно же, мы все, евреи из России, называемся коротко «русскими», то есть еврея из России не хотят избирать. Это было шоком для него. Однако, ещё после предыдущего провала на других выборах мне то же самое говорил Линденштраусс. Но он объяснял это чем-то прагматичным, мол Пятецкий-Шапиро был избран в Академию, а затем уехал в Америку. По неписаным правилам, он должен был сам уволиться из Академии, но этого не сделал, и теперь это влияет на их подход. Я не буду анализировать этот анекдот. Кстати, он добавил: «если ты уговоришь его уйти, тебя выберут», на что я ответил: «я не хочу быть в такой Академии».

Я ставлю точку в описании своего «взрослого пути». Я не анализировал события и не отбирал их. Я писал то, что первое приходило в голову, то что застряло там и хотело вырваться, и порядок изложения соответствовал тому, чему удавалось прорваться раньше.

По той же причине число эпизодов с отрицательными эмоциями превалирует над положительными. Мы редко сохраняем в нашей памяти положительные эмоции, разве что абсолютно выделяющиеся. Так чистый воздух не отмечается нами. Тяжёлые, несправедливые события остаются с нами надолго, иногда навсегда. Они оттягивают нашу память, и я был почти что рад «избавиться» от них, написав.

Однако я хотел бы ещё сделать краткий экскурс в своё детство и юность, чтобы увидеть, что привело меня в математику.

Галопом по детству и как я стал математиком.

Вторая Мировая Война пришла в Россию за 2 месяца до моего 2-х летия. Конечно, сам я ничего не помню, но по рассказам родителей знаю, что мы бежали из Одессы на корабле «Ворошилов» 24 июля, за одну-две недели до полного окружения Одессы и начала битвы за город (Одесса была сдана 14 октября), которая, как говорят, была очень героической. Неприятель, в основном румынские войска, потеряли более 90 тысяч

убитыми. Так вот, мы вышли конвоем из 3-х грузопассажирских кораблей с людьми и двух барж, а также, кажется, сопровождающего военного корабля сначала в Севастополь. Впереди шёл (в основном пассажирский) теплоход «Ленин», за ним (в основном грузовой) корабль «Ворошилов», и затем «Грузия». Конечно же, ехать на «Ленине» было гораздо удобней. Мой дед по матери, Эмануэль Цудиков, был совершенно замечательный человек, и как мы увидим, я остался в живых только благодаря ему. Он был начальник цеха на каком-то заводе, деловой и много понимающий и умеющий. Он каким-то образом достал билеты для всей очень большой семьи на «Ленин», но за день до отъезда, его начальник увидел его на улице и набросился на него с чем-то вроде «опять ты (имелось в виду еврей) выкрутился и билеты на лучший корабль достал!» И отобрал для себя билеты на «Ленин», отдав взамен билеты на «Ворошилов», грузовой корабль, где все мы, пассажиры, лежали вместе в трюмах. Весь конвой дошёл до Севастополя, и «Ленин» тянул за собой «Ворошилова», у которого были повреждены моторы. В Севастополе произвели быструю починку и три корабля, но уже «Березина» вместо «Грузии» и один сопровождающий военный корабль вышли в направлении Ялты (но конечной целью был Новороссийск). Это было 27 июля. В 23:33, «Ленин», который шёл первым, взорвался и потонул за 7-10 минут. Отец рассказывал мне, что почти никто не выжил, около 25 человек подняли на «Ворошилов». Другие корабли тоже спасали людей. Истории, которые рассказывал мне отец о спасённых невозможно повторять без слёз. Например, женщина, державшая ребёнка, которую нашли на бочке. Когда её подняли, ей не могли разжать руки, чтобы взять у неё ребёнка.

Итак, первое везенье: мы должны были быть на «Ленине».

Затем мы прибыли в Новороссийск и основались в Краснодарском Крае (станция Успенская). Всё там выглядело хорошо и фронт был бесконечно далеко. В конце сентября - начале октября приехал к нам муж сестры матери, Миля Коган. Они были из Ленинграда и их дочь, моя двоюродная сестра и почти что точная моя однолетка была отправлена ими на дачу к дедушке Эмануэлю в Одессу, и мы прибыли в Краснодарский Край с ней. Миля работал в очень важном для войны месте и был уже эвакуирован в Уфу. Он получил разрешение ехать и забрать свою дочь и вместе с ней всю семью. Был семейный совет, решавший что делать. С одной стороны очень хорошие (для военного времени) условия, есть еда, и отец уже начал работать (по-видимому, учителем математики в школе), с другой стороны есть право на проезд до Уфы, где для нас ничего не было ясно. Но всё же решили ехать. Опускаю «мелкие» случайности, без которых мы бы не уехали. Поезд (т.е. товарняк, ехавший неделями) увозил в Сталинград, и оттуда надо было перебираться через Волгу и дальше в Уфу. Я описываю только случайности, из-за которых я выжил (иначе как бы я смог стать математиком?). Так вот, вскоре после нашего отъезда, был высажен немецкий десант в район Краснодарского Края, в котором мы жили, и все беженцы были убиты. Цель немцев была – перекрыть нефть Кавказа. Опять «случайность» выживания.

Мы доехали до Сталинграда, но я заболел, и меня дальше ехать не пустили.

Инфекционные болезни были всюду, но инфекционный больной ехать поездом не мог. Было решено, что моя мать ещё слишком молода и неопытна, и со мной в больнице Сталинграда остался дед Эмануэль. Поэтому я и прошёл через этот период. Болезни следовали одна за другой, вокруг были больные разными болезнями. Я ослаб настолько, что уже не мог ходить. Дед понял, что я умираю, и под свою расписку взял меня из больницы под свою ответственность. Он пеленал меня, как грудного ребёнка и носил на спине. Переправы через Волгу в Сталинграде не было. Лишь в день моего 70-тилетия я узнал почему. Оказывается, 23 августа 1942 года началась тотальная бомбёжка Сталинграда, и русское телевидение рассказывало в этот день нынешнего, 2009 года правду о тех днях. В Сталинграде собралось до 1 миллиона мирных жителей, половина из них были беженцы. Так вот, Сталин запретил переправлять на другой берег мирное население. Он готовил большую битву за город и заявил приближённым: «солдаты пустые города не защищают» и запретил переправу людям. Вместе с тем есть кинохроника переправы скота. Тысячи и тысячи голов скота шли к переправе, а люди оставались позади. В итоге, почти все они погибли.

У Эмануэля была возможность идти вдоль Волги на север (куда ему было нужно) или на юг, на Астрахань. Он пошёл на Астрахань и там переправился на другой берег, и далее на Уфу. Он выводит меня в дороге. Это его решение идти на юг непонятно мне, но было абсолютно правильным. Опять таки, я узнал лишь сейчас, что Советское командование считало, что немцы будут атаковать с юга и перережут там путь на юг, к нефти Каспийского моря. Там готовились укрепления для защиты. Но немцы неожиданно пошли через север и перекрыли Сталинград с севера.

Итак, мы наконец добрались в Уфу к зиме (или в зиму?) 41-42 гг. Мои первые воспоминания, первая память в жизни, приходятся на Уфу. Не много, по-видимому, только самое страшное либо самое яркое. Например, как я один остался (либо оставался?) в комнатухе на ночь, когда мать должна была быть на работе. По крайней мере, один раз я помню себя одного, сжавшегося и ждавшего. Я должен сказать, что сначала мы жили там втроём: мать, отец и я, но после первой зимы отец поехал в Среднюю Азию, куда был эвакуирован из Одессы Педагогический Институт и начал там работать. Это было в Байрам-Али на юге Туркменистана. Мы же с мамой провели в Уфе вторую зиму, и лишь потом поехали к нему. Так что в том ночном эпизоде мне должно было быть уже 3 либо 3 с половиной года. Я также помню хождение с какой-то девочкой постарше меня через огромные снежные сугробы. Это, по-видимому, был для меня очень яркий эпизод, и эмоции, как я их помню, были очень положительные.

Мои следующие воспоминания приходятся уже на очень жаркий Байрам-Али. Здесь много эпизодов стоят в моей памяти, в основном страшные, скажем, как я босиком, возвращаясь из детского сада, перебежал от тени одного дерева до другой тени. Деревья стояли редко, а накалённый песок обжигал ноги до невыносимой боли. Либо, как увидел вдалеке шнурок, который мне очень был нужен для моих сандалий, и я побежал взять его,

а это оказалась змея. (А может быть этого и не было, а был жуткий страх змей, который и создал этот образ? Но я помню и верю в него). Лишь два ярких и счастливых события остались в памяти. Первое, наш приезд, но помню я только бабушку Сару, мать отца. Она крутилась вокруг меня, а я сидел на стуле (не доставая ногами до пола) и показывал ей как я умею читать (хотя ничего я не умел, а так – водил пальцем по картинкам, вызывая её восторг). И второе, уже очень серьёзное событие, немедленно изменившее нашу жизнь: день освобождения Одессы (в апреле 1944 г.). Я стоял в толпе взрослых людей, слушавших радио-точку, и вдруг все закричали и радостно запрыгали. Я смотрел на всех с изумлением. Кто-то повернулся ко мне и сказал – беги к папе и маме и скажи, что Одессу освободили, и я побежал нести добрую весть. Из-за этого эпизода я помню это здание, нашу комнату (большую), перегороденную простынями на много клетушек для многих семей, и нашу малюсенькую клетушку.

Мы сразу стали собираться назад, в Одессу, однако всё не было так просто. Мы доехали до Старобельска где-то на украинско-русской границе, и там застряли. Только пол века спустя я узнал почему (мои родители этого не знали). Хрущев, тогда первый секретарь Украины, т.е. наместник Сталина и владыка Украины, решил, что если уж Гитлер освободил Украину от евреев, то хорошо бы их назад и не пускать, по крайней мере без надобности. И надо было получить из Одессы персональный вызов на работу для матери и для отца, как для абсолютно необходимых специалистов. Я думаю, что первой без разрешения и на попутных поездах-товарняках туда отправилась мать, затем она получила такое приглашение на работу для отца в «Водный Институт» (официально – Институт Офицеров Флота). Затем уехал отец (без разрешения оставив свою работу в Старобельске, и это позже была большая история, где Крейн помог спасти положение).

Моё сознание возникло в то время, с него я уже помню многое. И нашу жизнь с бабушкой (и без родителей), и мои обязанности в той жизни (например, собирать падавшие не прогоревшие угли с проходящих всё время поездов; это был большой железнодорожный узел; конечно же, эти угли нужны были, чтобы протопиться). Затем я помню приезд матери. Я не помнил её совсем, сознание проснулось после её и отца отъезда. Так я познакомился с матерью, где-то в пять лет. Это я очень хорошо помню. Затем мы приехали в Одессу, и я опять таки помню очень хорошо знакомство с отцом. «Это папа», - сказала мама, когда он бросился ко мне, и я принял этот факт.

Я отвлекусь на один современный эпизод. Где-то в 89-90г. в Израиле гостил по моему приглашению один из величайших аналитиков 20-го столетия, норвежский математик L.Carleson. Однажды, в ресторане, его жена стала расспрашивать меня о том, как моя семья выжила в войне. Я рассказал ей вкратце примерно то, что написал выше. Её последующее замечание ошеломило меня. «Вы должны быть очень сильным человеком, настоящим бойцом (fighter)». «Почему?» - изумился я - «по-видимому, это действительно так, но как это следует из моего рассказа?» Оказалось, что она содержит и профессионально воспитывает беговых жеребцов. И вот, рассказала она нам, первые два

года их жизни, они устраивают жеребцам примерно вот такую же тяжёлую жизнь, чтобы воспитать дух борьбы, чтобы они боролись и побеждали. «Мы проводим их через испытания, через которые вам пришлось пройти. Аналогия очень точная, и мы знаем результат».

Итак, я рассказал мою историю очень раннего детства, чтобы объяснить результат, происхождение моего характера.

В мои школьные годы моей самой отличительной чертой было желание знать, любопытство ко всему (но не к формальному обучению в школе). В то время регулярно выходили тоненькие дешёвые книжонки серии «Библиотека солдата и матроса». Многие наверно рассмеются, прочитав это название, но это была чья-то гениальная находка. Под таким общим покрытием можно было выпускать много разных и очень содержательных книжонок. Они покрывали все области знания - природу, космос, науку. Я обожал их и имел десятки, если не сотню. Лучшим подарком для меня были эти книжки, совершенно дешёвые даже для нашей тогдашней бедности.

Позже, к старшим классам, это накопленное знание выиграло, и я превратился в лучшего ученика (а начинал, будучи одним из худших). Моим самым первым желанием было стать астрономом, а точнее астрофизиком. Но отец сумел пресечь эти желания, объясняя раз за разом, что это не наука, а просто наблюдения. Моим следующим большим желанием было заняться ядерной физикой. Здесь отец был более прагматичным. Он просто объяснил, что евреям у нас в эту науку хода нет. Он был в каком-то смысле прав. На нашем потоке уже в университете Харькова не было евреев на отделении ядерной физики, даже документов на поступление на это отделение от евреев не принимали. Но физиками евреи быть могли, а в смысле науки разницы-то и нет. Ну не пустили бы меня на ядерные реакторы, и слава Богу. Но я принял этот аргумент, и теперь уже ничего не стояло между мной и математикой. Тем более что я завоёвывал все первые места на Олимпиадах по математике (и также по физике, кстати, по физике даже с большим отрывом от следующих за мной ребят). Однако здесь я хочу отвлечься. В последствии все крупнейшие открытия в физике шли через астрофизику и ядерную физику (теория элементарных частиц). Конечно, мой детский ум не знал об этом, но где-то по всему миру такие же дети, как я, по каким-то непонятным причинам потянулись в астрофизику, любопытство «что там» в макро-космосе, а также в микро-космосе (элементарные частицы), привело в эти науки лучшие молодые умы, и эти науки взорвались наилучшими открытиями, и принесли за последующие десятилетия почти что все Нобелевские премии по физике. Так что дети могут угадывать (чувствовать) будущее лучше, чем взрослые, и мы не должны им мешать. Я совершенно твёрдо решил не вмешиваться в поиск и выбор моих детей, и никогда не вмешивался.

Школу я окончил с серебряной медалью, что упростило моё поступление в университет. Без неё я должен был бы сдавать экзамены по украинскому языку (на Украине), который я не смог бы сдать, но и в России было очень уж просто завалить на экзамене по русскому

языку. Даже золотая медаль была бы хуже. С ней надо было проходить «собеседование», которое не имеет правил. А с серебряной - при поступлении на математическое отделение только два экзамена по математике, письменный и устный.

Однако получить серебряную медаль не было просто. Мне вначале «зарезали» её, понизив оценку по письменному выпускному экзамену по русскому языку с 4 до 3-х. В это трудно поверить, но представитель экзаменационной комиссии считал, что у нас должны быть большие деньги и хотел получить, кажется, 5000 рублей за мою медаль. Они сами вышли с нами на контакт. Мы не имели таких огромных денег, но нам предложили их очень богатые родители моего друга (которые заплатили за его золотую медаль). Я производил на них столь невероятное впечатление, что они готовы были и подарить эти деньги. Но родители не захотели ставить это пятно на мою биографию, и мне понизили оценку и не дали медаль. Дальше была борьба, чтобы получить мою экзаменационную работу и увидеть «ошибки». Это удалось, и я на месте показал чиновнику (который не знал о деньгах и истории), что ошибок нет, либо они «добавлены». Он согласился, но нужна была та же официальная комиссия для пересмотра. Он написал повестки с вызовами для этих людей, и отец сумел их собрать. Мне вручили документ о медали, но это был последний день приёма документов в Университет, и мы с мамой летели в Харьков прямо в приёмную комиссию. Чиновник сказал мне, что они только что закончили приём документов, но когда я протянул ему все мои грамоты побед на олимпиадах, он вдруг изменил тон и согласился их взять. Так я попал в Харьковский Университет на отделение математики. Кстати, экзамены по математике при поступлении у меня принимал Погорелов (и это было моё счастье).

Я перехожу к последнему эпизоду становления математиком, от меня не зависящему. Это «распределение» после окончания Университета. При бесплатном обучении распределение на работу после окончания учёбы обязательно. В те годы ни одного еврея в Харькове не брали на учёбу в аспирантуру (для получения Ph.D., кандидатской степени по русской системе). И хотя у меня уже было, к окончанию 5-ти лет учёбы, пять печатных научных работ (кое-что уже вышло, а кое-что в печати), абсолютно небывалый случай, но об аспирантуре речь даже не шла. Но очень важно было иметь работу, которая дала бы возможность заниматься наукой. Например, научно-исследовательский институт. Как раз за год до моего окончания Университета открылся новый грандиозный Институт Низких Температур. Его создатель и директор Веркин понимал, что легче начать строить высокий уровень науки с математиков. Они всегда были не совсем устроены, а для физиков уже был в Харькове очень серьёзный Институт Ядерной Физики. Сам Ландау работал там когда-то и ещё иногда наезжал (я присутствовал на его лекции в год окончания Университета). Итак, Веркин сразу же открыл 5 отделов математики (и позже, кажется, шестой), их главами стали по совместительству лучшие математики Харьковского Университета, в их числе мои учителя Левин и Мышкис, а также лауреаты Ленинской премии того года Марченко и Погорелов. Получить две

Ленинские премии в один год было невероятной честью для Харькова. Так вот, все они объяснили Веркину, что нужно меня взять, и институт подал формальную заявку.

День распределения. Мы все, выпускники, где-то между 50 и 100 молодых людей, ждём в большом зале и нас по одному вызывают в небольшую комнату, где сидит зам. ректора и представители разных организаций с запросами на нас. Меня вызывают первым. Два наших профессора, Мышкис и Марченко ждут моего вызова вместе с официальным представителем Института (кстати, начальником первого отдела, т.е. КГБ-истом, ответственным за безопасность, он впоследствии, естественно, ненавидел меня, но тут он имел прямой приказ от Директора - получить Мильмана). И зам. ректора хочет их освободить. Я вхожу и сажусь. Мне официально предлагается ехать в некий колхоз в 30-ти километрах от Харькова преподавать в школе математику. То есть угробить меня как учёного. Возможно, надо объяснить, что для того чтобы из таких колхозов добраться до Харькова, надо было сначала идти по бездорожью 5-7 км, затем ловить попутную машину и трястись в её кузове пару часов.

Я не успеваю ответить, что я этого не хочу. Вмешивается представитель института и подаёт прошение на меня. Начинается обмен ссылками на различные постановления Партии и Правительства. Скажем, цитируется указ об укреплении образования в колхозах – то есть лучшие наши студенты (не оспаривалось, что я – лучший) должны ехать в колхозы преподавать (кстати, отсюда следует, что аспирантура не для лучших). В ответ цитируется постановление об активной поддержке в создании базы науки в Харькове – то есть я должен идти в Институт. Через 5 минут такого обмена, зам. ректора предлагает мне покинуть комнату – «после позовём» - и обсуждение продолжается без меня. В комнату продолжают вызывать других студентов; их дела в основном решаются быстро. И почти каждый выходящий подходит ко мне сказать, что всё время обсуждают меня.

Удивительная вещь: некоторые наши девушки, с которыми я проучился пять лет, стояли по углам и плакали (из-за меня); они приехали учиться из глубин Донбасса и областей, и впервые столкнулись с антисемитизмом, и сразу в его столь грубой и беспощадной форме. Они то знали, что я намного лучший студент, чем все те, кто не имеет сейчас ни одной проблемы, и плакали от стыда, боясь посмотреть на меня. Прошло, я думаю, пару часов. Вдруг выскакивает из той «заветной» комнаты мой самый лучший друг в течение всех лет учёбы, украинский парень с Донбасса (Толик Кононенко), и подбегает ко мне: «Виталий, они дают мне подписать твоё место в Институте! Я не могу отобрать его у тебя». Я объяснил ему, что он может подписать; для меня место найдут, если только зам. ректора уступит. Но этот сукин сын уступать не хотел. И тут наступила совсем другая развязка. Распределение уже почти что закончилось. Почти никого без назначения уже не осталось. Вышел Мышкис (бедняги, он и Марченко, просидели там, наверное, уже больше 3-х часов). Он сказал мне, что женщина, представляющая облоно (областной отдел народного образования) и к которой меня направляли – она ведала образованием в колхозах области – предложила Мышкису и Марченко помощь. Видимо, её впечатлила ситуация, да и

фотография Марченко, получившего за пару месяцев до этого Ленинскую премию, она видела в газетах, а тут она сидела рядом с ним уже много часов. И она сказала, что я могу подписать бумаги, она обещает дать мне освобождение. Это было её право, и тогда я становился вольно-наёмным, и Институт меня мог взять. Кстати, впопыхах забыли поставить мою подпись на бумажках, но это вряд ли бы помогло само по себе. Моё направление ушло к этой женщине. Она вышла поговорить со мной и сказала придти к ней в кабинет через полтора месяца в определённый день. Я пришёл. В большом кабинете сидело 2 женщины, но я сразу узнал ту, к которой шёл. И она узнала меня. «Не нужно объяснять, я помню» - сказала она, и протянула какой-то листок – документ об откреплении. Я взял его, поблагодарил и стал уходить. Я был около двери, когда она окликнула меня. «Я забыла что-то проставить» - сказала она, дайте бумажку. Я остановился, посмотрел на неё испуганным взглядом и сказал: «извините, я не могу его Вам вернуть» - это была моя жизнь, моя судьба. Она смутилась, очень понимающе посмотрела и сказала: «я понимаю, идите, это не так важно», и я ушёл.

Всё. Закончились случайности выживания, помощь других людей. Всё, что не зависело от меня, было позади. Впереди всё зависело от меня самого, и тяжёлое, мучительное, приносящее огромное удовлетворение, но и разочарования, становление математиком.

Писалось 23 августа 2009 г., а также в выходные дни 30 августа, 6 и 12 сентября, в промежутках между Математикой.