

מבחן בקורס: מבוא לקומבינטוריקה ותורת הגרפים

מרצה: פרופסור נוגה אלון

סמסטר ב', תשע"ג, מועד ב'.

29.09.2013

- משך הבחינה: 3 שעות.
- חומר עזר, לרבות מחשבוני, אסור.
- בבחינה יש 5 שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות על 4 שאלות (לא משנה אילו) יזכו אתכם ב90 נקודות. תשובות נכונות על כולן יזכו ב100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטה בלבד, אך יש למסרה.
- יש להקפיד לרשום מס' תעודת זהות ומס' מחברת בחינה על כל אחד מדפי הבחינה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1:

פתרו את נוסחת הנסיגה: $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$, כאשר $a_0 = 3$ ו- $a_1 = 2$.
 $\frac{a_{1001}}{a_{1000}}$

תשובה סופית:
פתרון מלא:

שאלה 2:

הוכיחו כי קיים $k \geq 1$ טבעי, כך שבכתיבה העשרונית של המספר 2013^k , ארבעת הספרות האחרונות הן 0001.

פתרון:

שאלה 3:

חשבו את מס' הסדרות a_1, \dots, a_{2n} המקיימות:

א. $a_i \in \{-1, 1\}$ לכל i , וגם

ב. $\sum_{i=1}^j a_i \geq 0$ לכל $1 \leq j \leq 2n$.

תשובה סופית:

פתרון מלא:

שאלה 4:

תהי A מטריצה מסדר $n \times n$ כך שרכיביה הם כל המספרים $1, 2, \dots, n^2$ (כל מספר מופיע בדיוק פעם אחת).

חשבו את מספר המטריצות B מסדר $n \times n$, שרכיביהן הם כל המספרים $1, \dots, n^2$ ושאינן מכילות אף שורה שזהה לאיזושהי שורה של A ואף עמודה שזהה לאיזושהי עמודה של A .

תשובה סופית:

פתרון מלא:

שאלה 5:

נתונות m תת-קבוצות F_1, \dots, F_m של קבוצה כלשהי X . כל אחת מה- F_i – ים הינה בגודל n בדיוק וכל איבר $x \in X$ נמצא בלכל היותר $\frac{n}{2}$ תת-קבוצות.

הוכיחו כי קיימות B_1, \dots, B_m , כך ש-

א. $|B_i| = 2$ לכל $1 \leq i \leq m$, וגם

ב. $B_i \subseteq F_i$ לכל $1 \leq i \leq m$, וגם

ג. $B_i \cap B_j = \emptyset$ לכל $i \neq j$.

פתרון:

מס' מחברת: _____

ת"ז: _____

מסגרת "חירום":

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the user to write the details of the emergency protocol.

מס' מחברת: _____

ת"ז: _____

מסגרת "חירום":

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the user to write the details of the emergency situation.

מס' מחברת: _____

ת"ז: _____

מסגרת "חירום":

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the user to write the details of the emergency protocol.