

## מבחן במבוא לקומבינטוריקה ולתורת הגרפים

סמסטר ב' התש"ע

**תאריך:**

**מרצה:** פרופ' נוגה אלון

- משך הבחינה 3 שעות.
- אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.
- במבחן חמש שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על ארבע מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן. יש להקפיד ולרשום את מספר הסטודנט על טופס הבחינה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

## שאלה 1

מצאו את מספר הרביעיות הסדורות  $(A, B, C, D)$  של קבוצות  $A, B, C, D$  המוכלות ב  $\{1, 2, \dots, n\}$  כך ש  $A \cup B \cup C \cup D = \{1, 2, \dots, n\}$ .

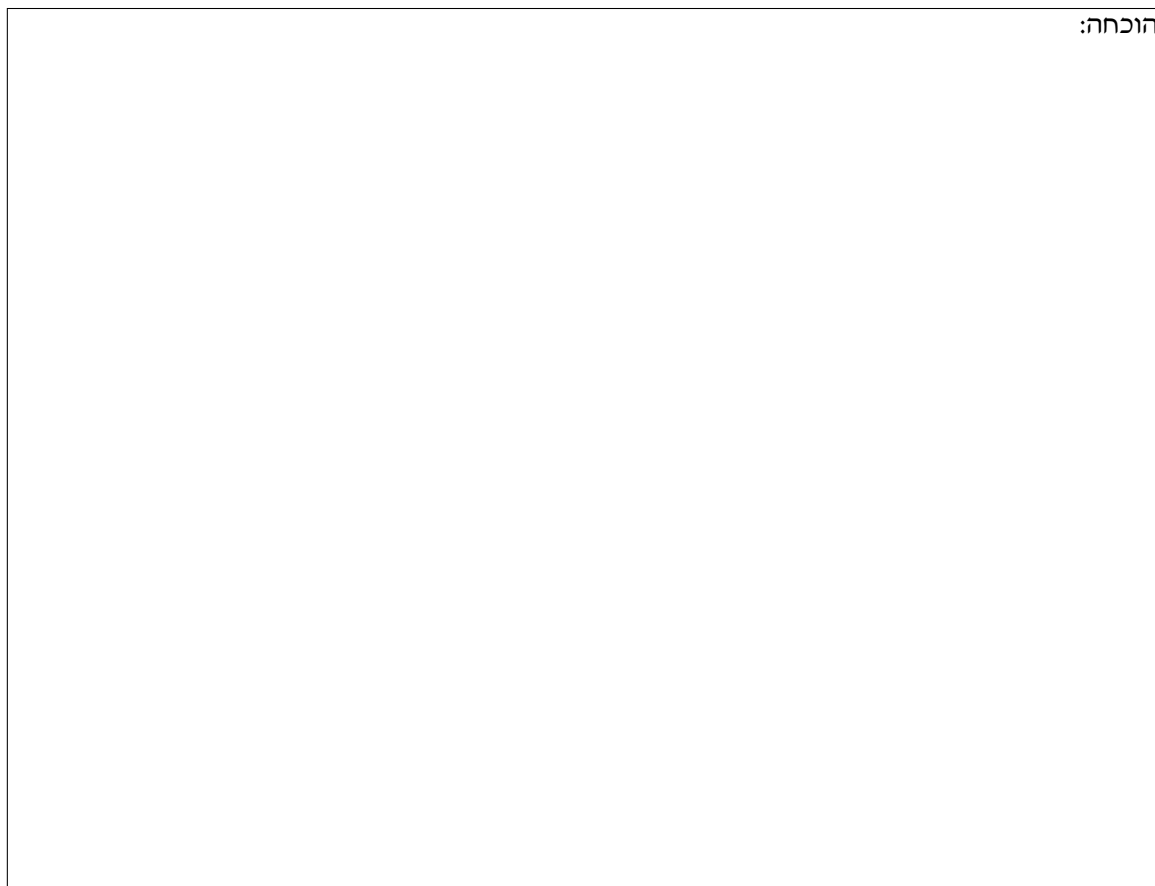
תשובה:

הוכחה:

## שאלה 2

תהא  $A$  מטריצה  $100 \times 100$  כך שכל מספר מהקבוצה  $\{1, 2, \dots, 100\}$  מופיע בה בדיוק 100 פעמים. הוכיחו כי יש שורה או עמודה שבה מופיעים לפחות עשרה מספרים שונים.

הוכחה:



### שאלה 3

יהא  $n > 5$  טבעי. מהו מספר הפונקציות  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, 5\}$  כך שגודל התמונה בדיוק 4?

תשובה:

הוכחה:

**שאלה 4**

יהא  $p(n)$  מספר הפתרונות של  $x_1 + \dots + x_{10} = n$  כאשר  $x_i$  טבעי זוגי לכל  $1 \leq i \leq 5$ , ו  $x_i$  טבעי אי-זוגי לכל  $6 \leq i \leq 10$ .

1. כתבו פונקציה יוצרת לסדרה  $p(n)$ .

תשובה:

הוכחה:

(ב) כתבו ביטוי סגור עבור  $p(2011)$ .

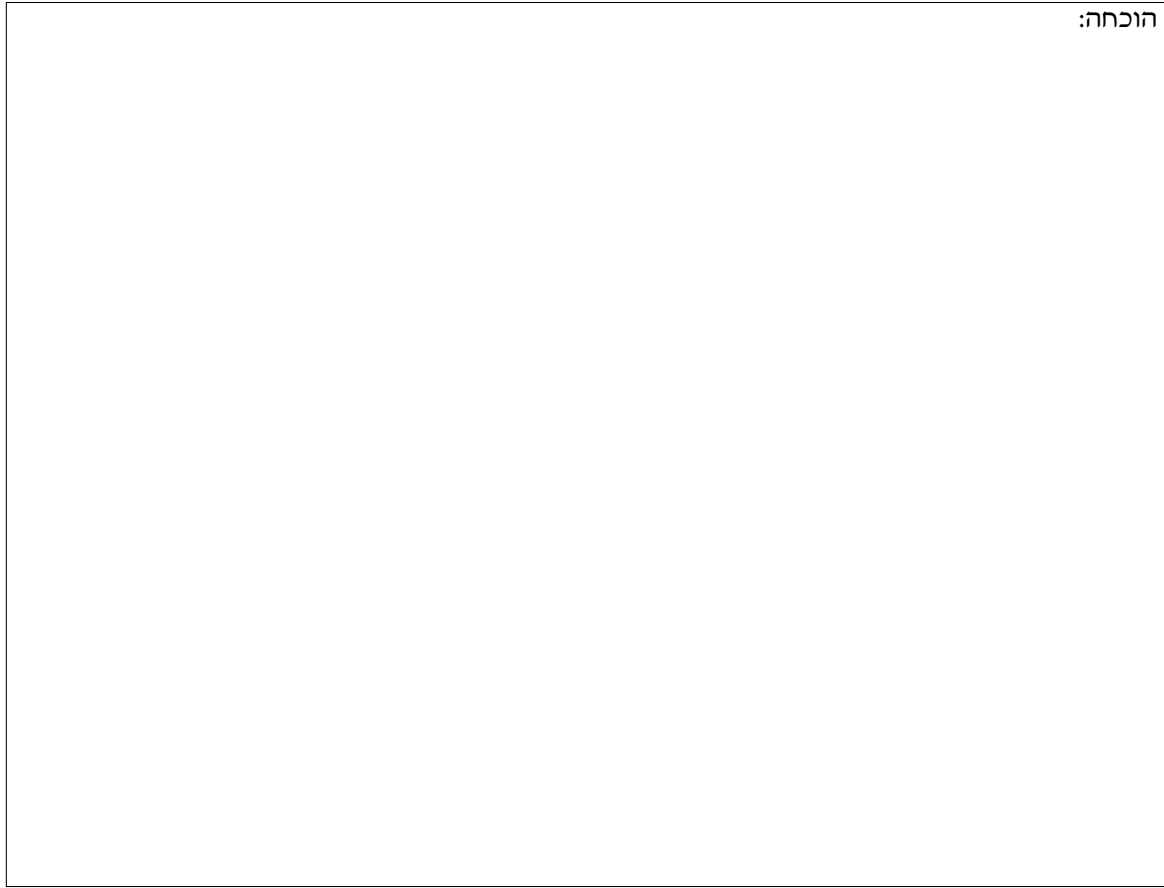
תשובה:

הוכחה:

### שאלה 5

יהא  $G = A \cup B$  גרף דו־צדדי עם צדדים  $A$  ו  $B$ . נתון שלכל  $a \in A$  ולכל  $b \in B$  מתקיים  $d(a) \geq d(b) \geq 1$ . הראו שקיים זיווג שמרווה את צמתי  $A$ .

הוכחה:



מס' מחברת: \_\_\_\_\_

ת.ז.: \_\_\_\_\_

מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_:

מס' מחברת: \_\_\_\_\_

ת.ז.: \_\_\_\_\_

מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_: