

סמסטר קיץ 2010  
בחינה לדוגמה מס' 2  
משך הבחינה: 3 שעות  
חומר עזר: 2 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

## מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

### הנחיות

- בבחינה זו 12 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- יש לנמק את התשובות. תשובה שאינה מנומקת כראוי עלולה ליזכות בניקוד חלקי בלבד.

בהצלחה!

**שאלה 1 (30 נק')**

חקור/חקרי את הפונקציה  $f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  על-פי הסעיפים הבאים:

- (א) מצא/י את תחום ההגדרה
- (ב) מצא/י את תחומי הרציפות
- (ג) קבע/י האם  $f$  זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה
- (ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים
- (ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי
- (ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול
- (ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות
- (ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה
- (ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת  $f$ , והאם היא חד-חד-ערכית

**שאלה 2 (3 נק')**

הטמפרטורה של נוזל המאוחסן בחבית נתונה ע"י הנוסחה  $\frac{36t^2+t-3}{t^2-t+7}$ , במעלות צלזיוס, כאשר  $t$  מייצג את מספר השניות שחלפו מתחילת הניסוי. מה תהיה, בקירוב, הטמפרטורה של הנוזל לאחר מספר שבועות מתחילת הניסוי? יש לפתור שאלה זו מבלי להשתמש בתוצאות מחשבון.

**שאלה 3 (8 נק')**

חשבו את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x}{x+1} \right)^{1/x^2}$$

**שאלה 4 (5 נק')**

הראה/י כי לכל  $x$  אי-שלילי מתקיים  $x \geq \ln(1+x)$ .

**שאלה 5 (20 נק')**

חברה משכירה אוטובוס ל-30 מטיילים שכל אחד מהם משלם 100 שקלים. על כל מטייל נוסף שמצטרף החברה מסכימה להוריד את התשלום לכל אחד מהמטיילים בשני שקלים. מה צריך להיות מספר המטיילים כדי שלחברה יהיה רווח הגדול ביותר?

**שאלה 6 (5 נק')**

מצא/י את הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \ln x$  בנקודה  $x = e$ .

**שאלה 7 (10 נק')**

מצא/י את כל הפונקציות  $f$  המוגדרות על החיוביים, המקיימות  $f'(x) = \sin(\ln x)$  לכל  $x$  בתחום הגדרתן.

**שאלה 8 (8 נק')**

תהי  $F(x)$  הפונקציה הקדומה של  $f(x) = e^{\sin x}$ .

**(א)** מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה  $F(x)$  בנקודה  $x = \frac{5}{4}\pi$ .

**(ב)** האם יש ל- $F$  נקודת מקסימום, מקומית או גלובלית? יש לנמק.

**שאלה 9 (10 נק')**

תהי  $f(x) = \sqrt{x^3}$ . חשב/י את אורך הגרף של  $f$  מ- $x=0$  ועד  $x = \frac{4}{3}$ .

**שאלה 10 (7 נק')**

מצא/י קירוב לינארי לערך  $\sqrt[3]{25}$ .

**שאלה 11 (10 נק')**

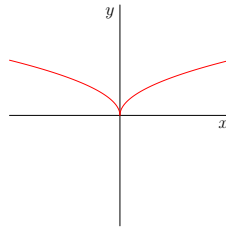
**(א)** מצא/י דוגמה לפונקציה שרציפה ב-1 אך שאינה גזירה שם.

**(ב)** תהי  $g$  פונקציה רציפה ב-1, ותהי  $h(x) = (x-1)g(x)$ . הראה/י כי  $h$  גזירה ב-1.

שאלה נוספת מעבר לדף!

שאלה 12 (4 נק')

הבט/הביטי בגרף הבא, ובחרי/י מהרשימה שלאחריו את הפונקציה היחידה עבורה ייתכן שזהו אכן הגרף שלה.



$f(x) = e^{ x } - 1$ (ג)	$f(x) = \ln  x $ (ב)	$f(x) =  x ^2$ (א)
$f(x) = \sqrt[3]{x}$ (ו)	$f(x) = \sqrt{ x }$ (ה)	$f(x) =  \sqrt{x} $ (ד)
אף פונקציה מהרשימה לא תתכן (ט)	$f(x) =  2x $ (ח)	$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (ז)