

סמסטר קיץ 2011
מועד א', 20/9/2011
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: 2 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- יש לנמק את התשובות. תשובה שאינה מנומקת כראוי עלולה ליזכות בניקוד חלקי בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1 (30 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים/י לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , והאם היא חד-חד-ערכית

שאלה 2 (12 נק')

$$f(x) = \frac{\sin(2x - 2) + 1}{2} \text{ נגדיר}$$

(א) כמה נקודות חיתוך יש לגרף של f עם ציר ה- x ?

(ב) מהי התמונה של f ?

(ג) האם f מחזורית? נמק/י את תשובתך!

(ד) האם f זוגית? האם היא אי-זוגית? נמק/י את תשובתך!

שאלה 3 (9 נק')

חשב/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan \left(\left(1 - \frac{1}{x} \right)^{9999} \right) \quad (\text{ג}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan \left(\left(1 - \frac{1}{9999} \right)^x \right) \quad (\text{ב}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan \left(\left(1 + \frac{1}{9999} \right)^x \right) \quad (\text{א})$$

שאלה 4 (6 נק')

תהי $f(x)$ פונקציה, ונתון כי $g(x) = 3x + 7$ הנה אסימפטוטה משופעת של f ב- $-\infty$. מצא/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{e^{2x}}$$

שאלה 5 (8 נק')

נגדיר $f(x) = 2x - \sin x$.

(א) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- x ? נמקי את תשובתך!**(ב)** כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- y ? נמקי את תשובתך!**שאלה 6 (12 נק')**

תהי $f(x)$ פונקציה גזירה פעמיים בקטע $[-1, 1]$. נניח כי $f(-1) + f(1) = 2f(0)$. הראה/י כי קיימת $c \in (-1, 1)$ עבורה $f''(c) = 0$.

שאלה 7 (16 נק')מבין כל השלשות של מספרים חיוביים (a, b, c) (לאו דווקא שלמים), המקיימים:

(א) a גדול פי שניים מ- b

(ב) $a + b + c = 18$

מצא/י את השלשה עבורה תהיה המכפלה $a \cdot b \cdot c$ מקסימלית.**שאלה 8 (8 נק')**מצא/י את הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = xe^{1/x^2}$ בנקודה $x = \sqrt{2}$.**שאלה 9 (7 נק')**מצא/י קירוב לינארי לערך $e^{0.1}$.**שאלה 10 (8 נק')**

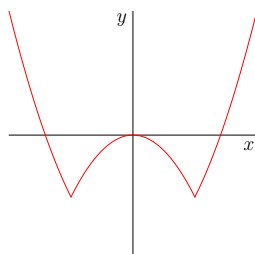
תהי $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עולה ממש. כמו כן, נתון כי f שלילית (כלומר, $f(x) < 0$ לכל $x \in (0, 1)$). נגדיר $g(x) = (f(x))^2$.

(א) הוכיח/י הוכח כי g חיובית (כלומר, $g(x) > 0$ לכל $x \in (0, 1)$).**(ב)** הוכיח/י הוכח כי g יורדת ממש.

שאלה נוספת מעבר לדף!

שאלה 11 (4 נק')

הבט/הביטי בגרף הבא, ובחר/י מהרשימה שלאחריו את הפונקציה היחידה עבורה ייתכן שזהו אכן הגרף שלה. אין צורך לנמק. דאג/י לרשום את התשובה במחברת הבחינה.



$$f(x) = (\sqrt{x^4})^2 \quad \text{(א)} \quad f(x) = |1 - |1 - x^4|| \quad \text{(ב)} \quad f(x) = |x^6 - 2| \quad \text{(ג)}$$

$$f(x) = \sqrt{|x-1|} - 1 \quad \text{(ד)} \quad f(x) = |x^4 + 1| \quad \text{(ה)} \quad f(x) = |x^3 - 1| - 1 \quad \text{(ו)}$$

$$\text{אף פונקציה מהרשימה לא תתכן} \quad \text{(ז)} \quad f(x) = |x - 2| - 2 \quad \text{(ח)} \quad f(x) = |1 - x^2| - 1 \quad \text{(ט)}$$