

סמסטר קיץ 2011
בחינה לדוגמה
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: 2 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- יש לנמק את התשובות. תשובה שאינה מנומקת כראוי עלולה ליזכות בניקוד חלקי בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1 (30 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטת האנכית והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , והאם היא חד-חד-ערכית

שאלה 2 (12 נק')

$$f(x) = \frac{\tan(x+1)}{\sin x}$$

נגדיר

(א) מהו תחום ההגדרה של f ?

(ב) האם f מחזורית? נמק/י את תשובתך!

(ג) מהי התמונה של f ?

(ד) האם f זוגית? האם היא אי-זוגית? נמק/י את תשובתך!

שאלה 3 (8 נק')

חשב/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x}{x+1} \right)^{1/x^2}$$

שאלה 4 (4 נק')

מצא/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x + x^{999}}{\left(1 + \frac{1}{10000}\right)^x}$$

שאלה 5 (5 נק')

הראה/י כי לכל x אי-שלילי מתקיים $x \geq \ln(1+x)$.

שאלה 6 (10 נק')

תהי $f(x)$ פונקציה גזירה פעמיים בקטע $(1, 3)$, המקיימת $f(1) = f(2) = f(3)$. הוכח/הוכיחי כי קיימת $c \in (1, 3)$ עבורה $f''(c) = 0$.

שאלה 7 (20 נק')

חברה משכירה אוטובוס ל-30 מטיילים שכל אחד מהם משלם 100 שקלים. על כל מטייל נוסף שמצטרף החברה מסכימה להוריד את התשלום לכל אחד מהמטיילים בשני שקלים. מה צריך להיות מספר המטיילים כדי שלחברה יהיה הרווח הגדול ביותר?

שאלה 8 (5 נק')

מצא/י את הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \ln x$ בנקודה $x = e$.

שאלה 9 (7 נק')

מצא/י קירוב לינארי לערך $\sqrt[3]{25}$.

שאלה 10 (15 נק')

(א) מצא/י דוגמה לפונקציה שרציפה ב-1 אך שאינה גזירה שם.

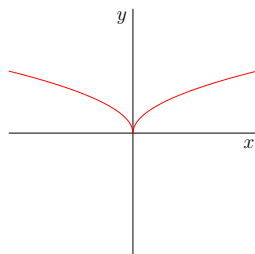
(ב) נגדיר $f_1(x) = |\cos x|$, $f_2(x) = |\cos x - 1|$. מצא/י את כל נקודות אי-הגזירות של f_1 ואת כל נקודות אי-הגזירות של f_2 .

(ג) תהי $g(x)$ פונקציה רציפה ב-1, ותהי $h(x) = (x-1)g(x)$. הראה/י כי h גזירה ב-1.

שאלה נוספת מעבר לדף!

שאלה 11 (4 נק')

הבט/הביטי בגרף הבא, ובחר/י מהרשימה שלאחריו את הפונקציה היחידה עברה ייתכן שזהו אכן הגרף שלה. אין צורך לנמק. דאגי/י לרשום את התשובה במחברת הבחינה.



$$f(x) = e^{|x|} - 1 \quad (\text{ג}) \quad f(x) = \ln |x| \quad (\text{ב}) \quad f(x) = |x|^2 \quad (\text{א})$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \quad (\text{ו}) \quad f(x) = \sqrt{|x|} \quad (\text{ה}) \quad f(x) = |\sqrt{x}| \quad (\text{ד})$$

$$f(x) = |2x| \quad (\text{ח}) \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad (\text{ז}) \quad (\text{ט}) \text{ אף פונקציה מהרשימה לא תתכן}$$