

סמסטר קיץ 2010
מועד א', 13/9/2010
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: 2 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 10 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- יש לנמק את התשובות. תשובה שאינה מנומקת כראוי עלולה לזכות בניקוד חלקי בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1 (35 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{x^2-5}$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים/י לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , והאם היא חד-חד-ערכית

שאלה 2 (9 נק')

חשבי/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln|x-1|}{x^2-x} \quad (\text{ג}) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln|x-1|}{x^2-x} \quad (\text{ב}) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln|x-1|}{x^2-x} \quad (\text{א})$$

שאלה 3 (4 נק')

חשבי/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x + x^{999}}{\left(1 + \frac{1}{10000}\right)^x}$$

שאלה 4 (7 נק')

כמה פתרונות בדיוק יש למשוואה $\arctan x = x$?

שאלה 5 (20 נק')

ישר g עובר דרך הנקודה $(2, 1)$, וחותר את הצירים בנקודות $(a, 0)$ ו- $(0, b)$ ($a, b > 0$). נסמן את שיפוע הישר ב- m . נסמן ב- T את המשולש שקודקודיו $(0, 0)$, $(a, 0)$ ו- $(0, b)$.

1. מצא/י, במידה וקיים, m עבורו שטח המשולש T מקסימלי.

2. מצא/י, במידה וקיים, m עבורו שטח המשולש T מינימלי.

שאלה 6 (10 נק')

תהי פונקציה המקיימת $f(e) = 2e$ ו- $f'(e) = 1$. נגדיר פונקציה חדשה: $g(x) = f(e^x)$. מצא/י את משוואת הישר המשיק לגרף $g(x)$ בנקודה $x = 1$.
רמז: תוכל/י להשתמש בכלל השרשרת.

שאלה 7 (10 נק')

מצא/י את כל הפונקציות f המוגדרות על החיוביים, המקיימות $f'(x) = \cos(\ln x)$ לכל x בתחום הגדרתן.

שאלה 8 (10 נק')

תהי $F(x)$ הפונקציה הקדומה של $f(x) = e^{x^2} - ex^2$ - מהם תחומי הקמירות והקעירות של $F(x)$?

שאלה 9 (10 נק')

חשב/י את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x) = |3 - x| + 3$ ו- $g(x) = 6x - x^2$.

שאלה 10 (5 נק')

מצא/י את הנקודות בהן הפונקציה הבאה אינה גזירה:

$$f(x) = |\cos x|$$

ואת הנקודות בהן הפונקציה הבאה אינה גזירה:

$$g(x) = |\cos - 1|$$