

סמסטר קיץ 2012
מועד לדוגמה
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- זהו מבחן לדוגמה שנכתב במיוחד לסמסטר זה. הוא עשוי להיות מעט יותר קשה מהמבחנים האמיתיים של סוף הסמסטר, אך מבנהו דומה.

בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x-3)}{(x-3)^2}$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים/י לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , והאם היא חד-חד-ערכית

שאלה 2 (6 נק')

נגדיר $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x^2}$. קבע/י האם יש ל- f אסימפטוטות אנכיות, והאם יש לה אסימפטוטות משופעות. אם יש כאלה, מצא/י אותן.

שאלה 3 (4 נק')

במעבדה בשרייבר שתי צלחות חיידקים. בצלחת א' המשקל הכולל של החיידקים בזמן $t = 0$ הנו 17 (מיקרוגרם), ובכל שנייה שעוברת משקלם הכולל של החיידקים גדל פי 2. בצלחת ב' משקלם הכולל של החיידקים בזמן t נתון על ידי הנוסחה $N(t) = \frac{e^t}{t^{217\pi}}$. פרופסור נכנס למעבדה כעבור זמן רב מאד מתחילת הניסוי, ושוקל את שתי הצלחות. איזו מן הצלחות תהיה כבדה יותר בסבירות גבוהה? נמק/י את תשובתך!

שאלה 4 (12 נק')

מצא/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sin x + x} + x^{\sin x + e}}{2^{2x} - 7} \quad (\text{ג}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(\ln x + \sin x) \quad (\text{ב}) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan(\ln x + \sin x) \quad (\text{א})$$

שאלה 5 (10 נק')

תהי $f(x)$ פונקציה המקיימת $f(\pi) = -1$, $f'(\pi) = 0$. נגדיר פונקציה חדשה: $g(x) = f(\pi - 2x)$. מצא/י את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה $x = 0$.
רמז: תוכל/י להשתמש בכלל השרשרת.

שאלה 6 (9 נק')

$$f(x) = \tan\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$$

(א) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- x ? נמקי את תשובתך!

(ב) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- y ? נמקי את תשובתך!

שאלה 7 (10 נק')

הוכיחי/הוכח כי לכל $x > 1$ מתקיים:

$$x^{1/(x-1)} < e$$

שאלה 8 (15 נק')

תיבה קטנה עם בסיס ריבועי ומכסה עליון פתוח צריכה להכיל נפח של 32 סמ"ק. מצאי את ממדי התיבה שימזערו את שטח הפנים שלה.

שאלה 9 (7 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה גזירה על כל הישר, ונניח כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 1$. הסבר/הסבירי מדוע $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

שאלה 10 (12 נק')

(א) מצאי דוגמה לפונקציה שהנה גזירה על כל הישר, אך שיש נקודה שבה היא אינה גזירה פעמיים. כלומר, מצאי פונקציה גזירה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, כך שלפונקציה $f'(x)$ יש נקודה שבה היא אינה גזירה.

(ב) תהי g פונקציה גזירה על כל הישר, ונניח כי g' הציפה ב-0. תהי $h(x) = xg(x)$. הראה/י כי h גזירה פעמיים ב-0. כלומר, הראה/י כי h' גזירה ב-0.

שאלה 11 (10 נק')

נניח כי השטח החסום בין גרף הפונקציה $f(x) = 10e^x$, ציר ה- x , ציר ה- y והישר $x = b$, הנו 10. מצאי את ערכו של b .