

תרגיל 18 – אינטגרלים

1. מהי הפונקציה הקדומה של $\sin(2x)$? האם יש רק אחת כזו?
2. מצאו את כל הפונקציות הקדומות של $f(x) = x + 1$.
3. חשבו את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים:

$$\int (1 + x + x^2 + x^3 + x^4) dx \quad (\text{א}) \quad \int \frac{dx}{4x} \quad (\text{ב}) \quad \int e^{3x} dx \quad (\text{ג})$$

$$\int \frac{2}{2+x^2} dx \quad (\text{ד}) \quad \int \frac{2}{1+x^2} dx \quad (\text{ה}) \quad \int \frac{dx}{3x^2} \quad (\text{ו})$$

$$\int \frac{(x+1)^3}{x^4} dx \quad (\text{ז})$$
4. מצאו את הפונקציה הקדומה של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, אם ידוע שערכה בנקודה $x = 2$ הוא 3.
5. מצאו את הפונקציה הקדומה של הפונקציה $f(x) = \frac{x^3+x-1}{x^2}$, אם ידוע שערכה בנקודה $x = 1$ הוא 0.
6. מצאו את הפונקציה הקדומה של הפונקציה $f(x) = e^{3x-7}$, אם ידוע שערכה בנקודה $x = \frac{7}{3}$ הוא 1.
7. מצאו את השטח הכלוא ברביע הראשון בין גרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 1$, ציר ה- x והישר $x = 4$.
8. מצאו את השטח החסום מעל לציר ה- x ומתחת לגרף של $f(x) = \frac{1}{3x-8}$, בין הישרים האנכיים $x = 3$ ו- $x = 4$.
9. מצאו את השטח החסום מתחת לציר ה- x ומעל לפרבולה של $f(x) = x^2 - 3x - 10$.
10. חשבו את השטח החסום ברביע הראשון בין הפונקציות $f(x) = \frac{16}{x}$, $f(x) = x^3$ והישר $x = 7$.
11. מצאו את השטח הכלוא בין $f(x) = x^3$ לבין $g(x) = \sqrt[3]{x}$.
12. חשבו את השטח הכלוא בין הישרים האנכיים $x = -1$, $x = 5$ והפונקציות $f(x) = e^x$ ו- $g(x) = x + 1$.
13. חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x}$, הישר האנכי $x = -8$ וציר ה- x .
14. חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x}$, הישרים האנכיים $x = -8$ ו- $x = 27$ וציר ה- x .
15. נגדיר $f(x) = e^{x^2} - ex^2$. תהי $F(x)$ פונקציה קדומה של f . מצאו את תחומי הקמירות והקעירות של $F(x)$.
16. נגדיר $f(x) = \arctan(e^x)$. תהי $F(x)$ פונקציה קדומה של f . מצאו את תחומי העלייה והירידה של $F(x)$ ואת תחומי הקמירות והקעירות שלה.