

תרגיל 7 – פונקציות טריגונומטריות

1. פתרו את המשוואות הבאות. לא מספיק למצוא פתרון אחד – יש למצוא את כולם!

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 \quad (\text{ד}) \quad \tan x = 1 \quad (\text{ג}) \quad \cos x = \frac{1}{2} \quad (\text{ב}) \quad \sin x = \frac{1}{2} \quad (\text{א})$$

$$\cos x = \sin \frac{x}{2} \quad (\text{ח}) \quad 4 \sin x \cos x = \sqrt{3} \quad (\text{ז}) \quad \sin(2x) + \sin x = 0 \quad (\text{ו}) \quad \sin x = \tan x \quad (\text{ה})$$

$$\cos(2x) = 2 \cos x \sin x \quad (\text{יב}) \quad \tan^2 x - 1 = 0 \quad (\text{יא}) \quad \cos x = \frac{1}{\tan x} \quad (\text{י}) \quad \sin^2 x - 1 = 0 \quad (\text{ט})$$

$$\cos(\pi + x) = \sin(\pi - x) \quad (\text{טז}) \quad \sin x = \cos \frac{x}{2} \quad (\text{טו}) \quad \sin^2 x = 2 \sin x - 1 \quad (\text{יד}) \quad \cos^2 x - 1 = 0 \quad (\text{יג})$$

2. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{ד}) \quad \frac{1 + \sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} \quad (\text{ג}) \quad \frac{1}{1 - \cos x} \quad (\text{ב}) \quad 2x - 3 \sin x \quad (\text{א})$$

3. נגדיר פונקציה חדשה, $\cot(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$.

(א) מהו תחום ההגדרה של $\cot(x)$?

(ב) הוכיחו כי $\cot x$ הנה מחזורית עם מחזור π .

4. הוכיחו כי הפונקציה הבאה חסומה: $f(x) = 3 + 4 \sin(2x)$

5. מהי התמונה של הפונקציה $3 \sin(2x - 1)$?

6. * מצאו את התמונה של הפונקציה $\sin x + \cos x$.

7. עבור כל אחת מבין הפונקציות הבאות, החליטו האם היא זוגית או לא, והאם היא אי-זוגית או לא:

$$x \sin x \quad (\text{ה}) \quad \sin(\cos x) \quad (\text{ד}) \quad \cos(\cos x) \quad (\text{ג}) \quad \cos(\sin x) \quad (\text{ב}) \quad \sin(\sin x) \quad (\text{א})$$

8. נסו לפתח את הזהויות הטריגונומטריות עבור סינוס של הפרש זוויות, עבור סינוס של חצי זווית, ועבור סינוס של זווית משולשת. כלומר, הוכיחו כי

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad (\text{for } x \in [0, 2\pi])$$

$$\sin(3x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

9. נגדיר $f(x) = \sin(x + 0.9) + 1.1$.

(א) כמה נקודות חיתוך יש לגרף של f עם ציר ה- x ?

(ב) כמה נקודות חיתוך יש לגרף של f עם ציר ה- y ?

(ג) מהו תחום ההגדרה של f ?

(ד) מהי התמונה של f ?

(ה) האם f מחזורית?

(ו) האם f זוגית? האם היא אי-זוגית?

(ז) האם f מונוטונית?

(ח) האם f חד-חד-ערכית?

10. נסו לצייר סקיצה (כללית מאד) של הפונקציה $\cot x$ שהוגדרה קודם לכן.