

1. תהי $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עולה ממש ורציפה. כמו כן, נתון כי f חיובית (כלומר, לכל x בקטע $(0, 1)$, $f(x) > 0$). נגדיר $g(x) = -f(x)$.

- (א) הוכיחו כי $g(x)$ שלילית (כלומר, הוכיחו כי לכל x בקטע $(0, 1)$, $g(x) < 0$).
(ב) הוכיחו כי $g(x)$ יורדת ממש. **שימו לב:** לא ניתן להניח ש- g גזירה!
(ג) האם $g(x)$ בהכרח רציפה?

2. תהי $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עולה ממש ורציפה. כמו כן, נתון כי f חיובית (כלומר, לכל x בקטע $(0, 1)$, $f(x) > 0$). נגדיר $g(x) = e^{f(x)}$.

- (א) הוכיחו כי $g(x)$ חיובית (כלומר, הוכיחו כי לכל x בקטע $(0, 1)$, $g(x) > 0$).
(ב) הוכיחו כי $g(x)$ עולה ממש. **שימו לב:** לא ניתן להניח ש- g גזירה!
(ג) האם $g(x)$ בהכרח רציפה?

3. תהי $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עולה ממש ורציפה. כמו כן, נתון כי f שלילית (כלומר, לכל x בקטע $(0, 1)$, $f(x) < 0$). נגדיר $g(x) = e^{f(x)}$.

- (א) הוכיחו כי $g(x)$ חיובית (כלומר, הוכיחו כי לכל x בקטע $(0, 1)$, $g(x) > 0$).
(ב) הוכיחו כי $g(x)$ עולה ממש. **שימו לב:** לא ניתן להניח ש- g גזירה!
(ג) האם $g(x)$ בהכרח רציפה?

4. תהי $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עולה ממש ורציפה. כמו כן, נתון כי f שלילית (כלומר, לכל x בקטע $(0, 1)$, $f(x) < 0$). נגדיר $g(x) = |f(x)|$.

- (א) הוכיחו כי $g(x)$ חיובית (כלומר, הוכיחו כי לכל x בקטע $(0, 1)$, $g(x) > 0$).
(ב) הוכיחו כי $g(x)$ יורדת ממש. **שימו לב:** לא ניתן להניח ש- g גזירה!
(ג) האם $g(x)$ בהכרח רציפה?

5. תהי $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ רציפה ותהי $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ רציפה. נניח כי $g(0) = 0$ וכי $g(1) = 1$. הוכיחו כי קיימת c בקטע $[0, 1]$ עבורה $f(c) = g(c)$.

6. מצאו דוגמה לפונקציה שהנה עולה ממש ורציפה, אך שאינה חותכת את ציר ה- x .

7. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שהנה עולה ממש, שמקיימת

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

אך שאינה חותכת את ציר ה- x .

8. תהי $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה שמקיימת

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

הוכיחו ש- f חותכת את ציר ה- x בהכרח.