

תרגיל 1 – מבוא – הערות

הערות בכחול.

1. עבור כל אחת מן הקבוצות הבאות, הכריעו כמה איברים יש בה:

(א) $[5, 5)$ - קבוצה זו היא למעשה $\{x \mid 5 \leq x < 5\}$, ולכן היא ריקה; משמע, אין בה איברים.

(ב) $(5, 6]$ - בקבוצה זו נמצאים כל המספרים שגדולים מ-5 אך קטנים או שווים ל-6. יש אינסוף מספרים כאלה.

(ג) $[0, 5)$. כמה מספרים טבעיים יש בקבוצה זו?

בקבוצה זו, כמו בקודמת, יש אינסוף מספרים. כמה מהם טבעיים? בדיוק אלה: 1, 2, 3, 4. כלומר, ארבעה.

2. * הוכיחו כי $\sqrt{5}$ אינו רציונלי.

בדיוק כפי שהוכחנו עבור $\sqrt{2}$, רק עבור מספרים המתחלקים ב-5 במקום מספרים זוגיים.

3. הוכיחו כי בין כל שני מספרים רציונליים קיים מספר רציונלי נוסף. הסיקו כי בין כל שני מספרים רציונליים קיימים אינסוף מספרים רציונליים נוספים.

בהנתן שני מספרים רציונליים, $\frac{a}{b}$ ו- $\frac{c}{d}$, נביט במספר $\frac{a}{2b} + \frac{c}{2d}$ - מספר זה הוא הממוצע של השניים הקודמים, ולכן הוא באמצע ביניהם; כמו-כן, הוא רציונלי (מוצאים מכנה משותף), ומכאן הדרוש. מדוע יש אינסוף כאלה? כי גם בין המספר החדש למספר המקורי יש עוד רציונלי, וגם ביניהם יש עוד רציונלי, וכן הלאה...