

תרגיל 17 – בעיות מינימום ומקסימום

1. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x) = x^4(16 - x^4)$, וענו על השאלה: האם יש לה ערך מינימלי?

2. * יהיו $a, b > 0$ כלשהם. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x) = \frac{x}{ax^2 + b}$.

3. * מצאו את הערכים המינימליים והערכים המקסימליים של הפונקציה

$$f(x) = 3 \sin(2x) + 3 \cos(2x)$$

וענו על השאלה: מהי התמונה של הפונקציה?

4. נגדיר $f(x) = |x^2 - 9| + x$.

(א) מצאו את ערכי המינימום והמקסימום המקומיים (אם קיימים) של הפונקציה f .

(ב) האם קיימים לה גם ערכי מינימום ומקסימום גלובליים? אם כן – מצאו אותם.

(ג) מהי התמונה של הפונקציה?

5. נגדיר $f(x) = \arctan(1 - x)$.

(א) האם יש ל- f מקסימום גלובלי? האם יש לה מינימום גלובלי? אם כן – מצאו אותם.

(ב) האם f חסומה?

(ג) מהי התמונה של f ?

6. נגדיר $f(x) = \arctan(x^2 - 1)$.

(א) האם יש ל- f מקסימום גלובלי? האם יש לה מינימום גלובלי? אם כן – מצאו אותם.

(ב) האם f חסומה?

(ג) מהי התמונה של f ?

7. סוחר שכר אנייה להעברת סחורה מנמל A לנמל B . המרחק בין שני הנמלים הללו הוא 120 ק"מ. ידוע כי האנייה נעה במהירות קבועה של v קמ"ש. עבור כל שעת הפלגה, על הסוחר לשלם לאנשי צוותו משכורת של 15 שקלים חדשים לכל איש צוות; כמו-כן, בסיום ההפלגה, עליו לשלם לכל איש צוות בonus נוסף של $2v$ ש"ח.

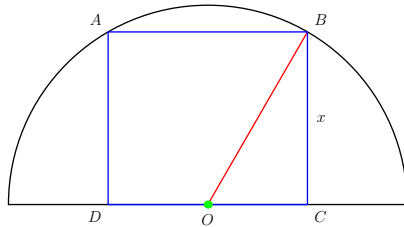
(א) מצאו כמה ישלם הסוחר, בשקלים חדשים, לכל אחד מאנשי הצוות של האנייה, כפונקציה של מהירות האנייה.

(ב) באיזו מהירות עליו להפליג כדי שהוצאותיו יהיו מינימליות?

8. מבין כל המלבנים ששטחם S , איזה מלבן הוא בעל ההיקף תקטן ביותר?

9. הציגו את המספר 18 כסכום של שני מספרים חיוביים שסכום ריבועיהם מינימלי.

10. מבין כל שלישיות המספרים החיוביים שסכומם 24 עבורן המספר הראשון גדול פי 3 מהמספר השני, מצאו את השלישייה בעלת המכפלה המקסימלית.
11. מבין כל שלישיות המספרים החיוביים שסכומם 9 ושניים מהם שווים זה לזה, מצאו את השלישייה בעלת המכפלה המקסימלית.
12. חברה ליצור שנאים מכרה בחודש שעבר 500 יחידות במחיר של 80 ש"ח כל אחת. ידוע כי עבור כל הפחתה של 4 ש"ח במחיר המוצר, תמכור החברה בחודש הקרוב 50 יחידות נוספות (בנוסף ל-500 הללו). בכמה כסף כדאי לחברה למכור את השנאים בחודש הקרוב, כדי למקסם את הכנסותיה מהמכירה?
13. מצאו את ממדיה של תיבה בעלת נפח מקסימלי, כאשר נתון ששטח הפנים שלה הוא 200 סמ"ר, ואורך בסיסה גדול פי 3 מרוחבו.
14. בחצי עיגול שרדיוסו $10\sqrt{2}$ חסום מלבן $ABCD$ כמשורטט בציור. מרכז העיגול הוא O . נסמן את אורך הצלע BC ב- x .



- (א) מצאו את ערכו של x עבורו שטח המלבן מקסימלי.
- (ב) מצאו את ערכו של x עבורו היקף המלבן מקסימלי.
15. מצאו את ממדיה של תיבה פתוחה (ללא מכסה עליון) בעלת נפח מקסימלי, כאשר נתון ששטח הפנים שלה הוא 300 סמ"ר (ללא מכסה) ואורך בסיסה גדול פי 4 מרוחבו.
16. בונים מלבן ברביע הראשון (על מערכת הצירים, כאשר $x, y \geq 0$) כך שקודקוד אחד נמצא בראשית הצירים, שני קודקודים נוספים נמצאים על הצירים, והקודקוד הרביעי נמצא על גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
- (א) האם קיים מלבן בעל שטח מקסימלי? אם כן, מצאו את ממדיו.
- (ב) האם קיים מלבן בעל שטח מינימלי? אם כן, מצאו את ממדיו.
17. מבין כל המשולשים ישרי הזווית שבהם סכום אורכי היתר ואחד הניצבים שווה 6 ס"מ, מצאו את המשולש בעל השטח הגדול ביותר.
18. ידוע כי סכום קוטרו וגובהו של חרוט הוא 7 ס"מ. מהם מימדיו, אם ידוע כי נפחו מקסימלי?