

תרגיל 2 – משוואות

1. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 3x + 3y = 0 \\ 2x - 3y = -10 \end{cases} \quad \text{(א)} \quad \begin{cases} 2x + y = 0 \\ -x - 2y = -6 \end{cases} \quad \text{(ב)} \quad \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - y = 0 \end{cases} \quad \text{(ג)}$$

$$\begin{cases} -2x - 6y = -13 \\ 6x + 6y = 33 \end{cases} \quad \text{(ד)} \quad \begin{cases} -3x - 5y = -27 \\ 2x - 5y = -7 \end{cases} \quad \text{(ה)} \quad \begin{cases} 4x - y = 3 \\ -7x - 4y = -11 \end{cases} \quad \text{(ו)}$$

$$\begin{cases} x + 7y = 63 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \quad \text{(ז)} \quad \begin{cases} 3x - y = \frac{2}{3} \\ x + y = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{(ח)} \quad \begin{cases} 2y - x = -\frac{13}{2} \\ 7y - 4x = -\frac{105}{4} \end{cases} \quad \text{(ט)}$$

נפתור שתי מערכות לדוגמה, אחת בכל אחת מן השיטות שלמדנו. שאר המערכות נפתרות בדרך דומה.

(ד) נפתור בשיטת בידוד משתנה: מהמשוואה הראשונה נובע כי $y = 4x - 3$. נציב זאת במשוואה השנייה ונקבל:

$$-7x - 4(4x - 3) = -11$$

$$-7x - 16x + 12 = -11$$

$$23x = 23$$

$$x = 1$$

ולכן

$$y = 4 \cdot 1 - 3 = 1$$

(ו) נפתור בשיטת חיבור משוואות:

$$+ \begin{cases} -2x - 6y = -13 \\ 6x + 6y = 33 \end{cases}$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

ואז נציב במשוואה השנייה:

$$6 \cdot 5 + 6y = 33$$

$$6y = 3$$

$$y = \frac{1}{2}$$

2. פתרו את המשוואות הבאות:

$$x^2 + 9x - 36 = 0 \text{ (א)} \quad x^2 - x + 2 = 0 \text{ (ב)} \quad x^2 + 3x + 2 = 0 \text{ (ג)}$$

$$x^2 - 9 = x - 3 \text{ (ד)} \quad x^2 - 2x = -15 \text{ (ה)} \quad x^2 - 2x = 15 \text{ (ו)}$$

$$x^2 - 20x + 100 = -0.0001 \text{ (ז)} \quad 5x^2 = 2x \text{ (ח)} \quad 9x^2 - 6x = -1 \text{ (ט)}$$

שימו לב לסעיף ט'. באגף שמאל רשום, למעשה, $(x - 10)^2$. חשוב לזכור את כלל הכפל המקוצר! לכן, באגף שמאל יש מספר שהוא תמיד אי-שלילי. לכן, לשוויון הנ"ל אין פתרונות.

נפתור גם את סעיף ה' צעד-צעד: ראשית, אנו מעבירים את המשוואה למצב הכללי, שבו יש רק 0 מימין:

$$x^2 - 2x + 15 = 0$$

מאחר ודי קשה בשלב זה לחשוב על זוג מספרים שסכומם -2 ומכפלתם 15, נשתמש בדרך שעובדת תמיד: הצבה בנוסחה. במקרה זה, $a = 1$, $b = -2$, $c = 15$, ולכן

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 60}}{2}$$

אנו רואים שהדיסקרימיננטה (מה שמופיע בתוך השורש) שלילית, ולכן אין פתרונות למערכת. בסעיף ד' היינו עושים משהו דומה, ומקבלים

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

ובמקרה זה ניתן להשתמש בנוסחה, אך גם אפשר לחשוב על זוג המספרים 3 ו-5, ולקבל

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

ומפה קל לראות את הפתרון.

3. פתרו את המשוואות הבאות:

$$(x^2 + 1)^2 = 16 \quad (\text{ב}) \quad (2x - 7)^2 = 9 \quad (\text{א})$$

הערה נשים לב שלא צריך לפתוח כאן סוגריים. במיוחד לא בסעיף ב', שם זה מסבך את העניינים מעט. אפשר, במקום, להשתמש בשיטה שראינו בכיתה.

(א) נוציא "פלוס-מינוס שורש":

$$2x - 7 = \pm\sqrt{9}$$

$$2x - 7 = \pm 3$$

$$2x = 7 \pm 3$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2}$$

כלומר, $x_1 = 5$, $x_2 = 2$ הם השורשים של המשוואה.

(ב) נעשה דבר דומה:

$$x^2 + 1 = \pm\sqrt{16}$$

$$x^2 + 1 = \pm 4$$

אבל כאן נשים לב לפרט חשוב: $x^2 + 1$ הנו תמיד חיובי, ולכן:

$$x^2 + 1 = 4$$

ומכאן

$$x^2 = 3$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$$