

סמסטר קיץ 2015
מועד א', 31.8.2015
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 8 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סך הנקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- שימו לב כי בבחינה זו 3 עמודים, כולל עמוד זה.

בהצלחה!

שאלה 1 (34 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , האם היא חד-חד-ערכית, והאם היא מחזורית

שאלה 2 (8 נק')

נניח כי $g(x) = x + 1$ הנה אסימפטוטה של $f(x)$ ב- ∞ . חשב/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \cos x}{f(x)}$$

שאלה 3 (10 נק')

חשב/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - 2x) \quad (\text{ב})$$

שאלה 4 (12 נק')

תהי $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ רציפה. הוכיח/י/הוכח כי קיימת c בקטע $[0, 1]$ עבורה מתקיים $f(c) = 1 - c^2$.

שאלה 5 (20 נק')

נגדיר $f(x) = \ln(e^x + e^{2x})$.

(א) חשבו את הנגזרת של f .

(ב) הוכיחי/הוכח כי f חד-חד-ערכית.

(ג) מצאי את הגבולות של $f(x)$ ב- $\pm\infty$.

(ד) הוכיחי/הוכח כי f הפיכה.

(ה) נסמן ב- f^{-1} את הפונקציה ההפוכה ל- f . נחשי את $f^{-1}(\ln 2)$ (רמז: זהו מספר שלם).

(ו) מצאי את $(f^{-1})'(\ln 2)$ (כלומר, את הנגזרת של f^{-1} בנקודה $\ln 2$).

שאלה 6 (8 נק')

מצאו את הנקודות על גרף הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 5$ שבהן המשיק לגרף מקביל לציר ה- x .

שאלה 7 (18 נק')

מצאי את ממדיה של תיבה שנפחה מקסימלי, מבין כל התיבות ששטח הפנים שלהן הנו 200 סמ"ר, ואורך בסיסן גדול פי 4 מרוחבו.

שאלה 8 (10 נק')

(א) שרטטי פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, שאינה זוגית, אך שמקיימת $f(-x) = f(x)$ לכל $x > 1$.

(ב) שרטטי פונקציה $g: (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ רציפה שאין לה נקודת מינימום גלובלית בקטע, אך שיש לה נקודת מינימום מקומית (אחת בדיוק) בקטע.