

להפוך את x^2

דף זה מציג בקצרה כיצד ניתן לחשוב על הפונקציה ההפוכה של x^2 , שהיא הפונקציה \sqrt{x} , למרות ש- x^2 אינה הפיכה. בשביל ש- $f(x) = x^2$ תהיה הפיכה, עליה להיות גם חח"ע, וגם על. הבעיה שלנו היא שאם מגדירים את f מ- \mathbb{R} ל- \mathbb{R} (כלומר, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$), היא לא תהיה חח"ע ולא תהיה על:

- היא לא חח"ע, שכן $f(-1) = 1 = f(1)$

- היא לא על, שכן $\text{Im}f = [0, \infty) \neq \mathbb{R}$

כדי לפתור את הבעיה השנייה, פשוט נשנה את הטווח (כלומר, נדאג לרשום $(0, \infty) \rightarrow$). עשינו את הטריק הזה כשהפכנו את a^x .

כדי לפתור את הבעיה הראשונה, נצטרך לחשוב באיזה תחום, גדול ככל האפשר, הפונקציה שומרת על חד-חד-ערכיותה. מבט זריז בשרטוט של x^2 מראה כי בתחום $[0, \infty)$, f הנה חח"ע. כלומר, לכל x_1, x_2 ב- $[0, \infty)$, אם $f(x_1) = f(x_2)$ אז $x_1 = x_2$.

לכן, אם נגדיר את $f(x) = x^2$ כך: $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, נקבל ש- f הנה חח"ע ועל ולכן הפיכה. **אני ממליץ בשלב זה לשרטט את f הנ"ל.** ומה תהיה ההפוכה שלה? על פי השיטה,

$$y = f(x)$$

$$y = x^2$$

$$\sqrt{y} = x$$

$$\sqrt{y} = f^{-1}(y)$$

(שימו לב שיכולנו להוציא שורש, שכן ידענו כבר ש- y אי-שלילי, מאחר והטווח הנו $(0, \infty)$), ולכן $g(x) = \sqrt{x}$ הנה הפונקציה ההפוכה ל- f , כפי שהגדרנו אותה.