

תרגיל 14 – חקירת פונקציה

1. מצאו את נקודות הקיצון (המקומיות), תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = x^6 \quad (\text{א}) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4 \quad (\text{ב}) \quad f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = \cot x \quad (\text{ד}) \quad f(x) = 2x + \cos x \quad (\text{ה}) \quad f(x) = \cos^2 x \quad (\text{ו})$$

2. מצאו את נקודות הקיצון (המקומיות), תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{-1 + x - x^2} \quad (\text{א}) \quad f(x) = (1 - x)\sqrt{x} \quad (\text{ב}) \quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 1 \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = xe^x \quad (\text{ד}) \quad f(x) = x \ln x \quad (\text{ה}) \quad f(x) = \sin^2 x \quad (\text{ו})$$

3. מצאו את תחומי הקמירות והקעירות, ואת נקודות הפיתול (אם יש) של הפונקציות בסעיף (א) ובסעיף (ו) מהסעיף הקודם (סעיף 2).

4. חיקרו את הפונקציות הבאות חקירה מלאה (כלומר, מצאו תחום הגדרה, בדקו האם הפונקציה זוגית או אי-זוגית, מצאו נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון מקומיות, תחומי קמירות וקעירות, נקודות פיתול ואסימפטוטות, ובסופו של דבר, שרטטו סקיצה של הפונקציה. בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף הקודם, קבעו מהי תמונת f , וקבעו האם f היא חד-חד ערכית)

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)} \quad (\text{א}) \quad f(x) = x + \frac{1}{x} \quad (\text{ב}) \quad f(x) = x^3 - x \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} \quad (\text{ד}) \quad f(x) = \frac{x^2}{x + 1} \quad (\text{ה}) \quad f(x) = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2 \quad (\text{ו})$$

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2} \quad (\text{ז}) \quad f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2} \quad (\text{ח}) \quad f(x) = \frac{x^3}{3-x^2} \quad (\text{ט})$$

5. נגדיר את הפונקציה הבאה:

$$f(x) = \frac{Ax^2}{x-3}$$

נתון שלפונקציה זו יש אסימפטוטה משופעת ב- $y = x + 3$. מצאו את A , ולאחר מכן חיקרו את הפונקציה שקיבלתם חקירה מלאה (כמו בסעיף הקודם).

6. חיקרו את הפונקציות הבאות חקירה מלאה (כלומר, מצאו תחום הגדרה, בדקו האם הפונקציה זוגית או אי-זוגית, מצאו נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון מקומיות, תחומי קמירות וקעירות, נקודות פיתול ואסימפטוטות, ובסופו של דבר, שרטטו סקיצה של הפונקציה. בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף הקודם, קבעו מהי תמונת f , וקבעו האם f היא חד-חד ערכית)

$$f(x) = \arctan \frac{1+x}{1-x} \quad (\text{ג}) \quad f(x) = (x-1)e^{2x} \quad (\text{ב}) \quad f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}} \quad (\text{א})$$

$$f(x) = \frac{|x+1|}{|x|-1} \quad (\text{ו}) \quad f(x) = \cos(2x-1) \quad (\text{ה}) \quad f(x) = e^{2x} - e^x \quad (\text{ד})$$

$$f(x) = \frac{|x|-1}{e^{|x|-1}} \quad (\text{ח}) \quad f(x) = x^3 - |x|^3 \quad (\text{ז})$$

7. הביטו בפונקציה $f(x) = x + \frac{\sin x}{x}$.

- (א) האם יש לה אסימפטוטה אנכית ב-0? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, מצאו אותה.
- (ב) האם יש לה אסימפטוטה משופעת ב- ∞ ? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, מצאו אותה.
- (ג) האם פונקציה (כלשהי) יכולה להיחתך עם אסימפטוטה אנכית שלה? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, כמה נקודות חיתוך יכולות להיות להן לכל היותר?
- (ד) האם פונקציה (כלשהי) יכולה להיחתך עם אסימפטוטה משופעת שלה? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, כמה נקודות חיתוך יכולות להיות להן לכל היותר?