

תרגיל 6 – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \log_2(\log_2(x)) & \text{(ג)} & \ln(|x+2|) & \text{(ב)} & \ln(1+x) - \ln(1-x) & \text{(א)} \\ \sqrt{\log_5(-5x)} & \star & |\ln(x+2)| & \text{(ה)} & \ln(x+2) & \text{(ד)} \end{array}$$

2. עבור כל אחת מן הפונקציות הבאות, קבעו אם היא חח"ע ואם היא מונוטונית (עולה, עולה חזק, יורדת או יורדת חזק):

$$\log_2(\log_3(\log_4(x))) & \text{(ג)} & \log_2(1+x^2) & \text{(ב)} & \ln|x| & \text{(א)}$$

3. עבור כל אחת מן הפונקציות הבאות, קבעו מהי התמונה שלה, והאם היא על:

$$\begin{array}{lll} f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} & \text{(ג)} & f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R} & \star & \text{(ב)} & f: (5, \infty) \rightarrow \mathbb{R} & \text{(א)} \\ f(x) = \log_2(|x|) & & f(x) = \ln(\ln(x)) & & & f(x) = \log_5(x-5) & \end{array}$$

4. הביטו בפונקציה $f(x) = \sqrt{2x+1}$. מהו תחום ההגדרה שלה? מהי התמונה שלה?

5. עבור כל אחת מבין הפונקציות הבאות, החליטו האם היא זוגית או לא, והאם היא אי-זוגית או לא:

$$\ln(x^2+1) & \text{(ג)} & e^{|x|} & \text{(ב)} & e^x & \text{(א)}$$

6. בדקו האם הפונקציות הבאות חסומות או לא (בתחום הגדרתן):

$$\frac{x}{|x|} & \text{(ד)} & x^2 - 4x + 8 & \text{(ג)} & \frac{x}{x^2+1} & \text{(ב)} & \sqrt{9-x^2} & \text{(א)}$$

7. לכל זוג פונקציות f, g , מצאו את $f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g$ ומצאו את תחומי ההגדרה של ההרכבות הללו:

$$\begin{array}{ll} g(x) = x^3 & f(x) = x - 1 & \text{(א)} \\ g(x) = x^5 - x & f(x) = x + 1 & \text{(ב)} \\ g(x) = x & f(x) = x & \text{(ג)} \\ g(x) = 2^x & f(x) = x^2 & \text{(ד)} \\ g(x) = \ln x & f(x) = x^4 & \text{(ה)} \end{array}$$

8. לכל אחת מן הפונקציות הבאות, מצאו את תחום ההגדרה שלה, קבעו האם היא חח"ע (בתחום הגדרתה), מצאו את התמונה שלה, ואם היא חח"ע מצאו גם את הפונקציה ההפוכה שלה (מהתמונה אל התחום):

$$\begin{array}{lll} 2^{2^x} & \text{(ג)} & (x-4)^2 + 3 & \text{(ב)} & 1 - x^3 & \text{(א)} \\ \sqrt{x+1} & \text{(ו)} & \log_2(1+x^2) & \text{(ה)} & \frac{x}{2} + 1 & \text{(ד)} \\ \ln|x| & \star & \frac{2e^x+1}{4+5^x} & \text{(ח)} & (x+1)^2 & \text{(ז)} \end{array}$$

9. בכיתה הצגנו מספר חוקי לוגריתמים, אך לא הוכחנו את כולם. הוכיחו את שני החוקים הבאים:

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y} \right) \quad \text{(א)}$$

(ב) עבור n טבעי, $\log_a x^n = n \log_a x$ (אפשר גם להוכיח זאת לכל מספר n ולא רק למספר טבעי)

שרטוט

נסו להתאים את הגרפים לפונקציות המתאימות להם. לכל גרף מתאימה אך ורק פונקציה אחת.

פונקציות אפשריות:

$$e^{\frac{x}{2}}, \log_2(2^x), 3^{|x|}, \log_4(-x), \left(\frac{3}{2}\right)^x - 1, \sqrt{x}, -\left(\frac{1}{3}\right)^x, \sqrt{|x|}$$

לאחר מכן, נסו לקבוע לפי הציור האם מדובר בפונקציה חח"ע או לא, האם מדובר בפונקציה מונוטונית או לא (ומאיזה סוג), והאם מדובר בפונקציה זוגית או אי-זוגית או לא ולא.

גרפים:

פונקציה	גרף	פונקציה	גרף
			
			
			
			