

סמסטר קיץ 2013

מועד ב', 3/9/2013

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

□ בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סה"כ נקודות שניתן לצבור במבחן: 120.

□ יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.

□ רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.

בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \ln(e^x + 1)$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטת האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , האם היא מונוטונית, והאם היא חד-חד-ערכית

שאלה 2 (12 נק')

נגדיר $f(x) = 2x - \cos x$.

(א) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- x ? נמק/י את תשובתך!

(ב) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- y ? נמק/י את תשובתך!

(ג) הוכח/הוכיחי כי f אינה מחזורית.

שאלה 3 (12 נק')

מצא/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 6x} + x \quad (\text{א}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{x^2} \quad (\text{ב}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} - 2^{2x}}{(1+e)^x} \quad (\text{ג})$$

שאלה 4 (4 נק')

מצא/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(3^{3^{3^x}})}{x - \ln x}$$

שאלה 5 (8 נק')

מצא/י את כל הנקודות על הגרף של הפונקציה $f(x) = \tan x$ שבהן המשיק מקביל לישר $y = x$.

שאלה 6 (7 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה הפיכה, ונניח כי $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$. האם $f^{-1}(x)$ בהכרח גזירה ב-2? אם לא, הסבר/הסבירי מדוע. אם כן, חשבי את הנגזרת של f^{-1} בנקודה 2.

שאלה 7 (18 נק')

במפעל "דודו לבבות" רוקחים שיקויי אהבה. הרכיבים לשיקוי הם שניים: מרשמלו וורדים. טון מרשמלו עולה 1,000 שקלים חדשים, וטון ורדים עולה 2,000 שקלים. כמוות השיקויים שניתן לרקוח מ- x טון מרשמלו ו- y טון ורדים הנה $100xy$. כמה שיקויים יוכלו לרקוח במפעל, לכל היותר, עם תקציב של 80 אלף שקלים?

שאלה 8 (10 נק')

הוכיחי/הוכח כי לכל $x > 0$ מתקיים

$$(1+x)^{2013} > 1 + 2013x$$

שאלה 9 (10 נק')

תהי $f(x)$ פונקציה זוגית וגזירה על כל הישר הממשי.

(א) נסמן $g(x) = f'(x)$. האם $g(x)$ בהכרח זוגית? האם היא בהכרח אי-זוגית?

(ב) נסמן $h(x) = \int f(x) dx$. האם $h(x)$ בהכרח זוגית? האם היא בהכרח אי-זוגית?

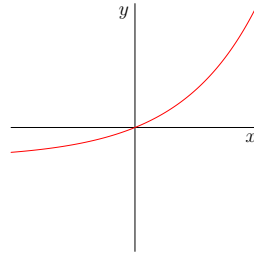
שאלה 10 (8 נק')

חשבי את השטח הכלוא בין הגרף של הפונקציה $f(x) = x^5$ והגרף של הפונקציה $f(x) = \sqrt[5]{x}$.

שאלה נוספת מעבר לדף!

שאלה 11 (6 נק')

הבט/הביטי בגרף הבא, ובחר/י מהרשימה שלאחריו את הפונקציה היחידה עברה ייתכן שזהו אכן הגרף של הנגזרת שלה. חשוב: יש לענות על השאלה במחברת הבחינה, ולא על גבי טופס הבחינה. אין צורך לנמק.



$f(x) = 2^x - \ln 2$ (א)	$f(x) = e^x - e$ (ב)	$f(x) = e^x - x$ (ג)
$f(x) = e^{-x} - 1$ (ד)	$f(x) = x^2 - x$ (ה)	$f(x) = \ln x - 6$ (ו)
$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \geq 0 \\ -\ln(-x) & x < 0 \end{cases}$ (ז)	$f(x) = \arctan(e^x)$ (ח)	(ט) אף פונקציה מהרשימה לא תתכן